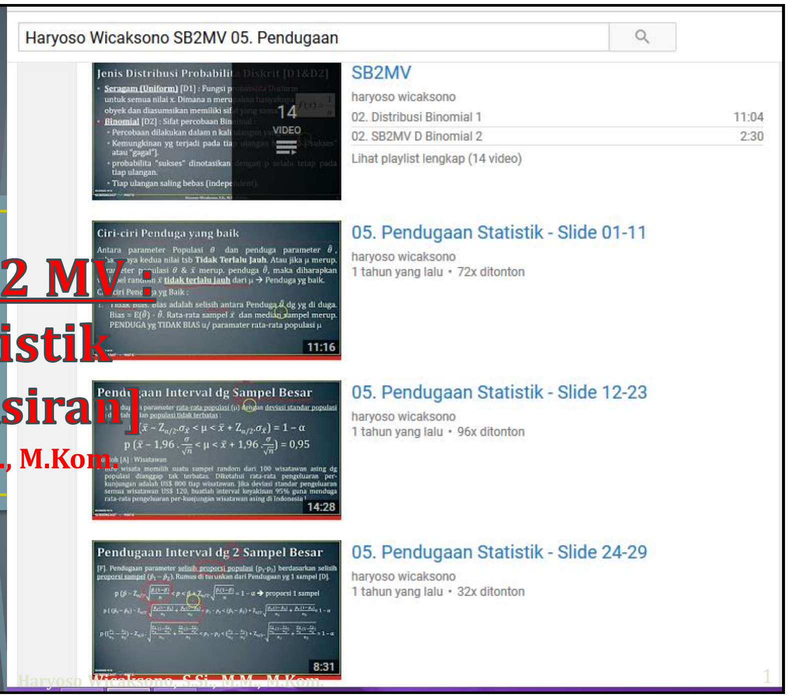
Statistik Bisnis 2 MV: Pendugaan Statistik [Estimasi/Penaksiran]

Haryoso Wicaksono, S.Si., M.M., M.Kom.



Konsep Pendugaan secara Statistik #1

- Menarik suatu kesimpulan adalah tujuan mengumpulkan data kuantitatif
- Umumnya parameter populasi [rata-rata populasi μ & varians σ^2] tidak diketahui
- Sedangkan rata-rata sampel $\bar{x}$ dan varians sampel s^2 merupakan variabel random yg nilainya bervariasi dari sampel ke sampel, dan memiliki Distribusi Teoritis atau Distribusi Probabilita tertentu.
- Nilai-nilai random variable seperti $\bar{x}$ dan s^2 disebut **Statistik Sampel**.
- Kuantitas sampel untuk menduga kuantitas populasi yg tidak diketahui disebut **Penduga** (estimator) → Mis. Rata-rata.

Konsep Pendugaan secara Statistik #2

- Nilai-nilai yg diperoleh dg jalan mengevaluasi Penduga disebut **Pendugaan secara Statistik** (Statistical Estimate)
- Mis. Rata-rata sampel $\bar{x}$ merupakan **penduga** bagi rata-rata populasi μ. Jika rata-rata **sampel** $\bar{x}$ bernilai 10, maka nilai 10 adalah dugaan secara statistik ttg parameter rata-rata populasi μ.
- Penduga merupakan fungsi dari nilai-nilai sampel yg juga merupakan variabel random & memiliki distribusi sampling, yang juga merupakan Distribusi Teoritis.

Ciri-ciri Penduga yang baik

Antara parameter Populasi θ dan penduga parameter $\hat{\theta}$, seharusnya kedua nilai tsb **Tidak Terlalu Jauh**. Atau jika μ merup. parameter populasi θ & $\bar{x}$ merup. penduga $\hat{\theta}$, maka diharapkan variabel random $\bar{x}$ **tidak terlalu jauh** dari μ → Penduga yg baik.

Ciri-ciri Penduga yg Baik :

1. **Tidak Bias**. Bias adalah selisih antara Penduga $\hat{\theta}$ dg yg di duga. Bias = E($\hat{\theta}$) - $\hat{\theta}$. Rata-rata sampel $\bar{x}$ dan median sampel merup. PENDUGA yg TIDAK BIAS u/ paramater rata-rata populasi μ

Ciri-ciri Penduga yang baik

Ciri-ciri Penduga yg Baik :

2. **Efisiensi**. Distribusi penduga $\hat{\theta}$ sebaiknya terkonsentrasi atau memiliki varians yg kecil sekali. Rata-rata sampel $\bar{x}$ umumnya LEBIH BAIK digunakan sbg penduga rata-rata populasi μ daripada median sampel.
3. **Konsisten**. Penduga yg konsisten merupakan penduga yg berkonsentrasi secara sempurna pada parameternya, jika besarnya sampel bertambah secara tidak berhingga. Rata-rata sampel $\bar{x}$ merupakan penduga rata-rata populasi μ yg konsisten.

Pendugaan Titik & Pendugaan Interval

1. Pendugaan **Titik** → Hanya menyajikan SATU nilai. Pendugaan Titik memberikan NILAI TUNGGAL sbg Penduga Paramater yg terbaik & TIDAK mengukur derajat kepercayaan thd ketelitian pendugaan
2. Pendugaan **Interval** / Interval estimation → Menyajikan Interval nilai, sekian s/d sekian. Lebih obyektif, memberikan nilai-2 statistik dalam suatu interval.

Pendugaan Titik, Paramater Distribusi Normal

- Penduga rata-rata populasi terbaik adalah rata-rata sampel. Distribusi rata-rata sampelnya $E(\bar{x}) = \mu_{\bar{x}} = \mu$
- Contoh :

  Seorang peternak memilih random 10 ekor sapi dari seluruh sapi di peternakan tsb. 10 ekor sapi tadi diberi makanan tertentu & sebulan kemudian pertambahan berat sapi dicatat :

45	109	61	80	79
93	48	35	57	63

- Maka, dugaan terbaik rata-rata pertambahan berat badan adalah 67 kg. Dugaan terbaik ttg varians & deviasi standar populasi adalah 530,4 kg^2 & 23,0 kg.

Pendugaan Titik, Paramater Distribusi Normal

Maka, **dugaan** terbaik rata-rata pertambahan berat badan adalah 67 kg. Dugaan terbaik ttg varians & deviasi standar populasi adalah 530,4 kg^2 & 23,0 kg.

45	109	61	80	79
93	48	35	57	63

Rata-rata Sampel :	67.000	=AVERAGE(
Varians Sampel :	530.444	=VAR.S(
Standar Deviasi Sampel :	23.031	=STDEVA(

Pendugaan Titik, Paramater Distribusi Normal

- Bagaimana melakukan pendugaan thd parameter populasi yg terdiri dari rata-rata **seluruh** kemungkinan nilai-nilai sampel dg n yg sama ? Atau, dg kata lain bila Jumlah Populasi = Jumlah Sampel → sampling jenuh.
- Maka, rata-rata sampel = rata-rata populasi
- Dan, varians rata-rata sampel $\hat{\sigma}_{\bar{x}}^2 = \frac{s^2}{n} = \frac{530{,}444}{10} = 53{,}04$ kg^2.
- Dan, deviasi standar rata-rata sampel $\hat{\sigma}_{\bar{x}} = \sqrt{53{,}04} = 7{,}28$ kg.

Pendugaan Titik, Paramater Distribusi Binomial

- Dist. Bin. : f(x) = nCx . p^x . $(1\text{-}p)^{n\text{-}x}$, dg rata-rata μ = n . p & varians σ^2 = n . p . (1-p)
- Proporsi sukses p dapat diduga secara tidak bias dg proporsi sampel $\check{p} = \frac{x}{n}$, dg x = jumlah sukses & n = jumlah sampel.
- Maka, proporsi sampel mempunyai :
  1. Rata-rata E($\check{p}$) = $\mu_{\check{p}}$ = p
  2. Varians $\sigma_{\check{p}}^2 = \frac{p.(1-p)}{n} = \frac{\frac{x}{n}.(1-\frac{x}{n})}{n}$
  3. Pendugaan : Varians populasi jumlah sukses x di duga dg varians proporsi sampel p $= \frac{x}{n}$.

Pendugaan Titik, Paramater Distribusi Binomial

Contoh :

- Sebuah sampel dg 900 unit barang dipilih dari populasi dan memiliki distribusi binomial dg p = proporsi rusak & 1-p = proporsi tidak rusak. Jika 576 unit sampel rusak, tentukan penduga thd proporsi jumlah kerusakan dalam populasi !

Jawab :

- $\check{p} = \frac{x}{n} = \frac{576}{900} = 0{,}64.$
- Dugaan ttg varians populasi $\hat{\sigma}^2 = n.\frac{x}{n}.\left(1 - \frac{x}{n}\right) = 900.\frac{576}{900}.\left(1 - \frac{576}{900}\right) = 207{,}36$
- Dugaan ttg deviasi standar populasi $\hat{\sigma} = \sqrt{207{,}36} = 14{,}4$
- Dugaan ttg varians proporsi sampel $\hat{\sigma}^2_{\check{p}} = \frac{\frac{x}{n}.\left(1-\frac{x}{n}\right)}{n} = \frac{\frac{576}{900}.\left(1-\frac{576}{900}\right)}{900} = \frac{0{,}64.(1-0{,}64)}{900} = 0{,}000256$
- Dugaan ttg deviasi standar proporsi sampel $\hat{\sigma}_{\check{p}} = \sqrt{0{,}000256} = 0{,}016$

Pendugaan Interval

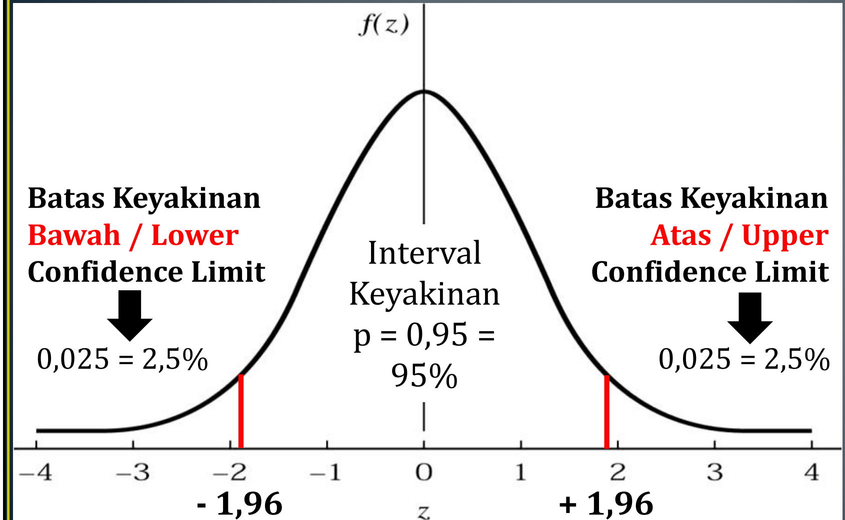
- Pendugaan Interval memberikan nilai-nilai statistik dalam suatu interval
- Di dasarkan atas Interval Kepercayaan/Interval Keyakinan/Confidence Interval :

$$st - Z_{\alpha/2}.\sigma_{st} < \text{parameter} < st + Z_{\alpha/2}.\sigma_{st}$$

Dengan :

- st = statistik sampel atau penduga. Mis. rata-rata sampel
- **$Z_{\alpha/2}$** = nilai yg sesuai dg **interval keyakinan**. Di dapatkan dari Tabel Luas kurva Normal, atau Tabel lainnya. Defaultnya $Z_{\alpha/2}$ = 1,96. α = kesalahan duga = Standart Error/SE. Ada kesalahan duga atas & bawah masing-masing 0,025. Jadi 0,025 + 0,950 + 0,025 = 1
- σ_{st} = deviasi standar statistik sampel

Pendugaan Interval dg IK = 95% Default



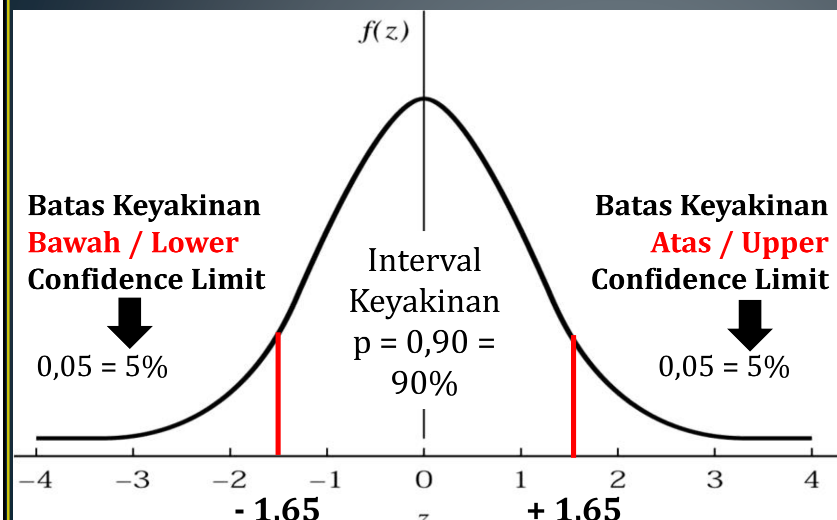
Luas Kurva Normal =
0,4750 (dari 0,95/2)
maka $Z_{\alpha/2}$-nya = 1,96

Tabel Distribusi Normal dibuat dengan MS Excel, dengan Prob

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06
1.4	0.4192	0.4207	0.4222	0.4236	0.4251	0.4265	0.4279
1.5	0.4332	0.4345	0.4357	0.4370	0.4382	0.4394	0.4406
1.6	0.4452	0.4463	0.4474	0.4484	0.4495	0.4505	0.4515
1.7	0.4554	0.4564	0.4573	0.4582	0.4591	0.4599	0.4608
1.8	0.4641	0.4649	0.4656	0.4664	0.4671	0.4678	0.4686
1.9	0.4713	0.4719	0.4726	0.4732	0.4738	0.4744	0.4750
2.0	0.4772	0.4778	0.4783	0.4788	0.4793	0.4798	0.4803

Haryoso Wicaksono, S.Si., M.M., M.Kom. 13

Pendugaan Interval dg IK = 90%



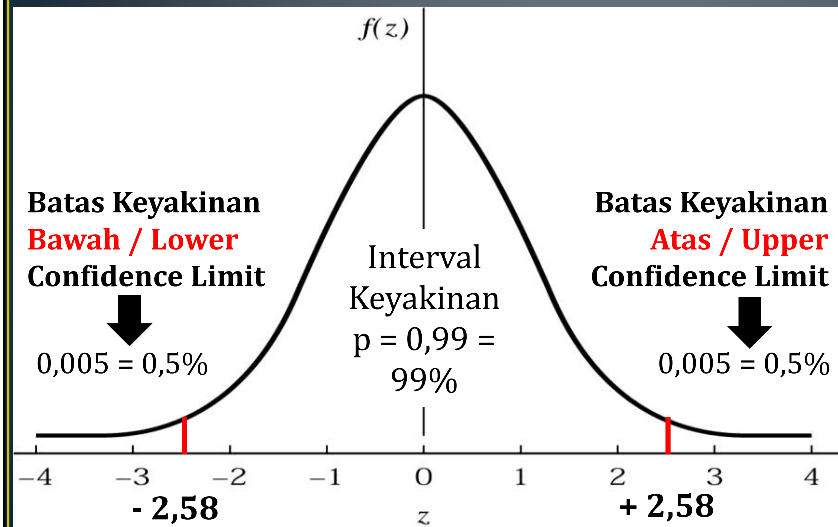
Luas Kurva Normal =
0,4500 (dari 0,90/2)
maka $Z_{\alpha/2}$-nya = 1,65

Tabel Distribusi Normal dibuat dengan MS Excel, dengan Pro

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06
1.1	0.3643	0.3665	0.3686	0.3708	0.3729	0.3749	0.3770
1.2	0.3849	0.3869	0.3888	0.3907	0.3925	0.3944	0.3962
1.3	0.4032	0.4049	0.4066	0.4082	0.4099	0.4115	0.4131
1.4	0.4192	0.4207	0.4222	0.4236	0.4251	0.4265	0.4279
1.5	0.4332	0.4345	0.4357	0.4370	0.4382	0.4394	0.4406
1.6	0.4452	0.4463	0.4474	0.4484	0.4495	0.4505	0.4515
1.7	0.4554	0.4564	0.4573	0.4582	0.4591	0.4599	0.4608

Haryoso Wicaksono, S.Si., M.M., M.Kom. 14

Pendugaan Interval dg IK = 99%



Luas Kurva Normal = 0,4950 (dari 0,99/2) maka $Z_{\alpha/2}$-nya = 2,58

Tabel Distribusi Normal dibuat dengan MS Excel, dengan Prob(0 < Z < z).

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.0
2.0	0.4772	0.4778	0.4783	0.4788	0.4793	0.4798	0.4803	0.4808	0.4812	0.48
2.1	0.4821	0.4826	0.4830	0.4834	0.4838	0.4842	0.4846	0.4850	0.4854	0.48
2.2	0.4861	0.4864	0.4868	0.4871	0.4875	0.4878	0.4881	0.4884	0.4887	0.48
2.3	0.4893	0.4896	0.4898	0.4901	0.4904	0.4906	0.4909	0.4911	0.4913	0.49
2.4	0.4918	0.4920	0.4922	0.4925	0.4927	0.4929	0.4931	0.4932	0.4934	0.49
2.5	0.4938	0.4940	0.4941	0.4943	0.4945	0.4946	0.4948	0.4949	0.4951	0.49
2.6	0.4953	0.4955	0.4956	0.4957	0.4959	0.4960	0.4961	0.4962	0.4963	0.49

Pendugaan Interval dg Sampel Besar

[**A**]. Pendugaan parameter rata-rata populasi (μ) dengan deviasi standar populasi (σ) diketahui dan populasi tidak terbatas : [sampel deskriptip]

$$p\ (\bar{x} - Z_{\alpha/2}.\sigma_{\bar{x}} < \mu < \bar{x} + Z_{\alpha/2}.\sigma_{\bar{x}}) = 1 - \alpha$$

$$p\ (\bar{x} - 1{,}96\ .\frac{\sigma}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{x} + 1{,}96\ .\frac{\sigma}{\sqrt{n}}) = 0{,}95$$

Contoh [A] : Wisatawan

- Biro wisata memilih suatu sampel random dari **100** wisatawan asing dg **populasi dianggap tak terbatas**. Diketahui rata-rata pengeluaran per-kunjungan adalah US$ **800** tiap wisatawan. Jika deviasi standar pengeluaran semua wisatawan US$ **120**, buatlah interval keyakinan 95% guna menduga rata-rata pengeluaran per-kunjungan wisatawan asing di Indonesia !

Pendugaan Interval dg Sampel Besar

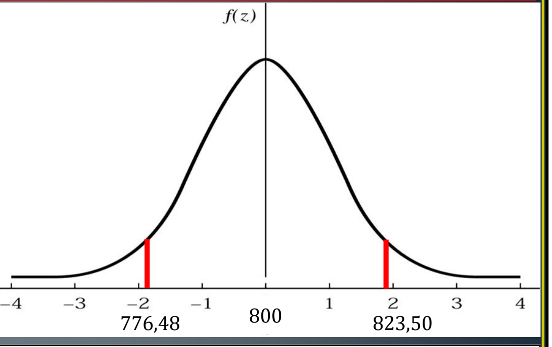
Jawab [A] : Wisatawan

n = **100** ; $\bar{x}$ = **800** ; σ = 120 ; IK = 95%

p $(\bar{x} - Z_{\alpha/2}.\sigma_{\bar{x}} < \mu < \bar{x} + Z_{\alpha/2}.\sigma_{\bar{x}}) = 1 - \alpha$

p $(\bar{x} - 1{,}96 \,.\, \frac{\sigma}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{x} + 1{,}96 \,.\, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}) = 0{,}95$

p $(\mathbf{800} - 1{,}96 \,.\, \frac{120}{\sqrt{100}} < \mu < 800 + 1{,}96 \,.\, \frac{120}{\sqrt{100}}) = 0{,}95$



Wisatawan

Diketahui :

n =	100	Maka : Simpangan = 23.520	
N =	tdk ada		
$\bar{x}$ =	800	Pendugaannya :	
σ =	120		p (776.480 < μ < 823.520) = 0,95
$z_{a/2}$ 95% =	1.96		

Jadi rata-rata pengeluaran wisatawan per-kunjungan sekitar US$ 776,48 s/d 823,52.

Pendugaan Interval dg Sampel Besar

[**B**]. Pendugaan parameter rata-rata populasi (μ) dengan deviasi standar populasi (σ) diketahui dan populasi terbatas : [sampel deskriptip]

$$p\ (\bar{x} - Z_{\alpha/2}.\sigma_{\bar{x}}.\sqrt{\frac{\boldsymbol{N-n}}{\boldsymbol{N-1}}} < \mu < \bar{x} + Z_{\alpha/2}.\sigma_{\bar{x}}.\sqrt{\frac{\boldsymbol{N-n}}{\boldsymbol{N-1}}}) = 1 - \alpha$$

$$p\ (\bar{x} - 1{,}96 \,.\, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}.\sqrt{\frac{\boldsymbol{N-n}}{\boldsymbol{N-1}}} < \mu < \bar{x} + 1{,}96 \,.\, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}.\sqrt{\frac{\boldsymbol{N-n}}{\boldsymbol{N-1}}}) = 0{,}95$$

Contoh [B] : Sampel Random

Andaikan sampel random sebesar n = 64 dan rata-rata sampel $\bar{x}$ = 0,1165 dipilih dari **populasi** terbatas N = 300 dengan deviasi standar σ = 0,0120, buat pendugaan parameter rata-rata populasi (μ) dg interval keyakinan 94,45%

Pendugaan Interval dg Sampel Besar

Jawab [B] : Sampel Random

n = 64 ; N = 300 ; $\bar{x}$ = 0,1165 ; σ = 0,0120 ; IK = 95,45%

$$p\ (\bar{x} - Z_{\alpha/2}.\sigma_{\bar{x}}.\sqrt{\frac{N-n}{N-1}} < \mu < \bar{x} + Z_{\alpha/2}.\sigma_{\bar{x}}.\sqrt{\frac{N-n}{N-1}}) = 1 - \alpha$$

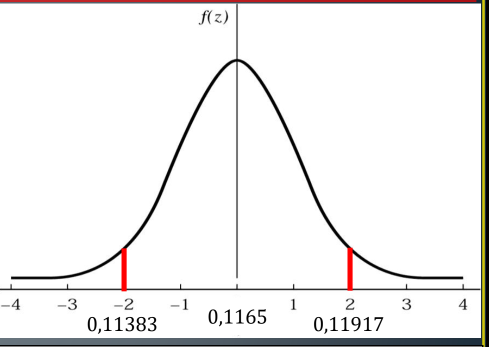
$$p\ (\bar{x} - Z_{\alpha/2}.\frac{\sigma}{\sqrt{n}}.\sqrt{\frac{N-n}{N-1}} < \mu < \bar{x} + Z_{\alpha/2}.\frac{\sigma}{\sqrt{n}}.\sqrt{\frac{N-n}{N-1}}) = 1 - \alpha$$

$$p\ (0{,}1165 - \mathbf{2}.\frac{0{,}0120}{\sqrt{64}}.\sqrt{\frac{300-64}{300-1}} < \mu < 0{,}1165 + 2.\frac{0{,}0120}{\sqrt{64}}.\sqrt{\frac{300-64}{300-1}}) = 0{,}9545$$

$$p\ (0{,}1165 - 2.\frac{0{,}0120}{\sqrt{64}}.\ 0{,}8884 < \mu < 0{,}1165 + 2.\frac{0{,}0120}{\sqrt{64}}.\ 0{,}8884\ ) = 0{,}9545$$

p (0,1165 – 0,0027 < μ < 0,1165 + 0,0027) = 0,9545

p (0,11383 < μ < 0,11917) = 0,9545



Sampel Random

Diketahui :		V (N-n) =	0.8884
n =	64	Maka : Simpangan =	0.0027
N =	300		
$\bar{X}$ =	0.1165	Pendugaannya :	
s =	0.012	p (0.11383 < μ < 0.11917) = 0,9545	
z a/2 95% =	2		

Pendugaan Interval dg Sampel Besar

[**C**]. Pendugaan parameter rata-rata populasi (μ) dengan deviasi standar populasi (σ) tidak diketahui. Deviasi standar populasi σ diganti dg deviasi standar sampel s. : [sampel deskriptip]

$$p\ (\bar{x} - Z_{\alpha/2}.\frac{s}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{x} + Z_{\alpha/2}.\frac{s}{\sqrt{n}}) = 1 - \alpha$$

$$p\ (\bar{x} - 1{,}96\ .\frac{s}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{x} + 1{,}96\ .\frac{s}{\sqrt{n}}) = 0{,}95$$

Contoh [C] : Mahasiswa

- Sebuah sampel random **100** mahasiswa telah di pilih dari populasi sebuah universitas. Dengan tes kecerdasan didapatkan rata-rata ke-seratus mahasiswa tsb adalah **112** dan deviasi standar **11**. Buat penduga rata-rata kecerdasan seluruh mahasiswa dg interval keyakinan 95% !

Pendugaan Interval dg Sampel Besar

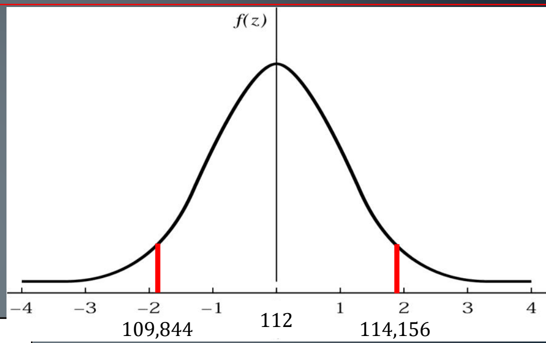
Jawab [C] : Mahasiswa

n = 100 ; $\bar{x}$ = 112 ; s = 11 ; IK = 95%

$p\ (\bar{x} - Z_{\alpha/2} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{x} + Z_{\alpha/2} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}) = 1 - \alpha$

$p\ (\bar{x} - 1{,}96 \cdot \frac{s}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{x} + 1{,}96 \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}) = 0{,}95$

$p\ (112 - 1{,}96 \cdot \frac{11}{\sqrt{100}} < \mu < 112 + 1{,}96 \cdot \frac{11}{\sqrt{100}}) = 0{,}95$



Mahasiswa

Diketahui :

n =	100	Maka : Simpangan =	2.156
N =	tdk ada		
$\overline{x}$ =	112	Pendugaannya :	
s =	11		p (109.844 < μ < 114.156) = 0,95
$z_{a/2}$ 95% =	1.96		

Pendugaan Interval dg Sampel Besar

[**D**]. Pendugaan parameter proporsi populasi p berdasarkan proporsi sampel $\check{p}$:

$$p\ (\check{p} - Z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{\check{p}.(1-\check{p})}{n}} < p < \check{p} + Z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{\check{p}.(1-\check{p})}{n}} = 1 - \alpha$$

$$p\ (\check{p} - 1{,}96 \cdot \sqrt{\frac{\frac{x}{n}.(1-\frac{x}{n})}{n}} < p < \check{p} + 1{,}96 \cdot \sqrt{\frac{\frac{x}{n}.(1-\frac{x}{n})}{n}} = 0{,}95$$

Contoh [D] : DepKes Rokok

- DepKes ingin menyelidiki persentasi penduduk kota dewasa yg merokok minimal 1 bungkus per-hari. Dari sebuah sampel random **n = 300** dari populasi penduduk kota, ternyata ada **36** orang yg merokok minimal 1 bungkus per-hari. Buat Interval Keyakinan 95% untuk menduga proporsi penduduk kota yg merokok minimal 1 bungkus per-hari !

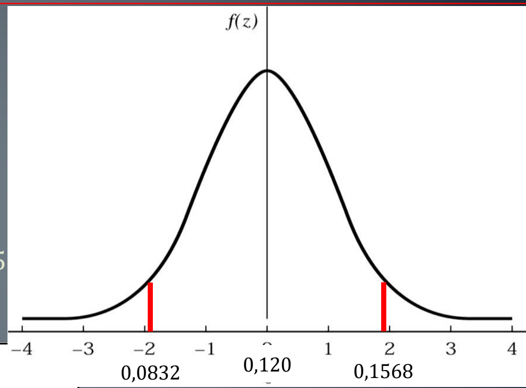
Pendugaan Interval dg Sampel Besar

Jawab [D] : DepKes Rokok

x = 36 ; n = 300 ; $\check{p} = \frac{36}{300}$; IK = 95%

$$p\,(\check{p} - 1{,}96.\sqrt{\frac{\frac{x}{n}.(1-\frac{x}{n})}{n}} < p < \check{p} + 1{,}96.\sqrt{\frac{\frac{x}{n}.(1-\frac{x}{n})}{n}}) = 0{,}95$$

$$p\,(\frac{36}{300} - 1{,}96.\sqrt{\frac{\frac{36}{300}.(1-\frac{36}{300})}{300}} < p < \frac{36}{300} + 1{,}96.\sqrt{\frac{\frac{36}{300}.(1-\frac{36}{300})}{300}}) = 0{,}95$$



Depkes Rokok

x=	36	Akar Prop =			0.0188		
n=	300	Maka : Simpangan =			0.0368		
$z_{a/2}$ 95% =	1.96	Pendugaannya :					
p = x/n =	0.120		p (	0.0832	< p <	0.1568	) = 0,95
1 - p =	0.880		p (	8.32%	< p <	15.68%	) = 0,95

Pendugaan Interval dg 2 Sampel Besar

[E]. Pendugaan parameter selisih rata-rata populasi (μ_1-μ_2) dengan deviasi standar populasi (σ_1 & σ_2) diketahui, kasus 2 sampel :

Rumus di turunkan dari Pendugaan yg 1 sampel [A].

$$p\,(\bar{x} - Z_{\alpha/2}.\frac{\sigma}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{x} + Z_{\alpha/2}.\frac{\sigma}{\sqrt{n}}) = 1 - \alpha \Rightarrow \text{1 sampel}$$

$$p\,((\bar{x}_1\text{-}\bar{x}_2) - Z_{\alpha/2}.(\frac{\sigma_1}{\sqrt{n_1}} + \frac{\sigma_2}{\sqrt{n_2}}) < \mu_1\text{-}\mu_2 < (\bar{x}_1\text{-}\bar{x}_2) + Z_{\alpha/2}.(\frac{\sigma_1}{\sqrt{n_1}} + \frac{\sigma_2}{\sqrt{n_2}})) = 1 - \alpha$$

$$p\,((\bar{x}_1\text{-}\bar{x}_2) - Z_{\alpha/2}.(\frac{\sqrt{\sigma_1^2}}{\sqrt{n_1}} + \frac{\sqrt{\sigma_2^2}}{\sqrt{n_2}}) < \mu_1\text{-}\mu_2 < (\bar{x}_1\text{-}\bar{x}_2) + Z_{\alpha/2}.(\frac{\sqrt{\sigma_1^2}}{\sqrt{n_1}} + \frac{\sqrt{\sigma_2^2}}{\sqrt{n_2}})) = 1 - \alpha$$

$$p\,((\bar{x}_1\text{-}\bar{x}_2) - Z_{\alpha/2}.(\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1}} + \sqrt{\frac{\sigma_2^2}{n_2}}) < \mu_1\text{-}\mu_2 < (\bar{x}_1\text{-}\bar{x}_2) + Z_{\alpha/2}.(\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1}} + \sqrt{\frac{\sigma_2^2}{n_2}})) = 1 - \alpha$$

Pendugaan Interval dg 2 Sampel Besar

Contoh [E] : Lampu Pijar

- Importir menerima kiriman 2 macam lampu pijar merk SINAR & TERANG dalam jumlah **besar sekali**. Importir secara random memilih dari kedua merk di atas masing-masing **50** buah untuk menguji daya tahannya. Hasil pengujian merk SINAR, daya tahan rata-rata **1282** jam, dan merk TERANG daya tahan rata-rata **1208** jam. Bila deviasi standart kurang lebih konstan, untuk merk SINAR sebesar **80** jam, untuk merk TERANG sebesar **94** jam. Tentukan pendugaan untuk selisih rata-rata populasinya !
- Jawab :

$$p\left((\bar{x}_1-\bar{x}_2) - Z_{\alpha/2}.\left(\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1}} + \sqrt{\frac{\sigma_2^2}{n_2}}\right) < \mu_1-\mu_2 < (\bar{x}_1-\bar{x}_2) + Z_{\alpha/2}.\left(\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1}} + \sqrt{\frac{\sigma_2^2}{n_2}}\right)\right) = 1 - \alpha$$

$$p\left((1282 - 1208) - 1{,}96.\left(\sqrt{\frac{80^2}{50}} + \sqrt{\frac{94^2}{50}}\right) < \mu_1-\mu_2 < (1282 - 1208) + 1{,}96.\left(\sqrt{\frac{80^2}{50}} + \sqrt{\frac{94^2}{50}}\right)\right) = 95\%$$

Pendugaan Interval dg 2 Sampel Besar

$$p\left((1282 - 1208) - 1{,}96.\left(\sqrt{\frac{80^2}{50}} + \sqrt{\frac{94^2}{50}}\right) < \mu_1-\mu_2 < (1282 - 1208) + 1{,}96.\left(\sqrt{\frac{80^2}{50}} + \sqrt{\frac{94^2}{50}}\right)\right) = 95\%$$

$$p\,(74{,}000 - 1{,}96 \,.\, 24{,}607 < \mu_1-\mu_2 < 74{,}000 + 1{,}96 \,.\, 24{,}607) = 95\%$$

$$p\,(74{,}000 - 48{,}230 < \mu_1-\mu_2 < 74{,}000 + 48.230) = 95\%$$

$$p\,(25{,}770 < \mu_1-\mu_2 < 122{,}230) = 95\%$$

e. Sinar Terang

Diketahui :	Sinar (1)	Terang (2)
Jumlah Sampel = n =	50	50
Jumlah Populasi = N =	tdk ada	
Rata-rata = $\bar{X}$ =	1282	1208
Standart Deviasi = s =	80	94
Varians = s^2 =	6400	8836
z $_{a/2}$ 95% =	1.96	
Std Deviasi Hitungan =	128.000	176.720

Selisih Rata-rata Sampel = 74.000

Akar (Sigma^2...) = 24.607

Simpangan = 48.230

Pendugaannya :

p(25.770 < $\mu_1 - \mu_2$ < 122.230) = 0,95

Bila z $_{a/2}$ 90% = 1.645

simpangan 40.47903

33.521 s/d 114.479

Pendugaan Interval dg 2 Sampel Besar

[F]. Pendugaan parameter selisih proporsi populasi (p_1-p_2) berdasarkan selisih proporsi sampel ($\check{p}_1 - \check{p}_2$). Rumus di turunkan dari Pendugaan yg 1 sampel [D].

$$p\ (\check{p} - Z_{\alpha/2}.\sqrt{\frac{\check{p}.(1-\check{p})}{n}} < p < \check{p} + Z_{\alpha/2}.\sqrt{\frac{\check{p}.(1-\check{p})}{n}} = 1 - \alpha \Rightarrow \text{proporsi 1 sampel}$$

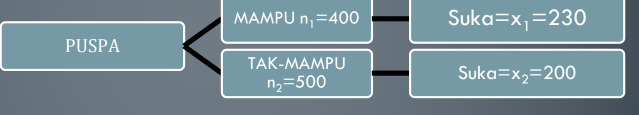
$$p\ (\ (\check{p}_1 - \check{p}_2) - Z_{\alpha/2}.\sqrt{\frac{\check{p}_1.(1-\check{p}_1)}{n_1} + \frac{\check{p}_2.(1-\check{p}_2)}{n_2}} < p_1 - p_2 < (\check{p}_1 - \check{p}_2) + Z_{\alpha/2}.\sqrt{\frac{\check{p}_1.(1-\check{p}_1)}{n_1} + \frac{\check{p}_2.(1-\check{p}_2)}{n_2}} = 1 - \alpha$$

$$p\ ((\frac{x_1}{n_1} - \frac{x_2}{n_2}) - Z_{\alpha/2}\,.\sqrt{\frac{\frac{x_1}{n_1}.(1-\frac{x_1}{n_1})}{n_1} + \frac{\frac{x_2}{n_2}.(1-\frac{x_2}{n_2})}{n_2}} < p_1 - p_2 < (\frac{x_1}{n_1} - \frac{x_2}{n_2}) + Z_{\alpha/2}\,.\sqrt{\frac{\frac{x_1}{n_1}.(1-\frac{x_1}{n_1})}{n_1} + \frac{\frac{x_2}{n_2}.(1-\frac{x_2}{n_2})}{n_2}} = 1 - \alpha$$

Pendugaan Interval dg 2 Sampel Besar

Contoh [F] : Sabun PUSPA

- Penelitian kesukaan konsumen thd sabun mandi merk PUSPA. Yang mana konsumen dibagi 2 golongan, yaitu golongan MAMPU & TAK-MAMPU. Sampel random 400 keluarga dari golongan MAMPU & sampel random 500 keluarga dari golongan TAK-MAMPU. Dari golongan MAMPU, 230 yg menyukai. Dan, dari golongan TAK-MAMPU, 200 yg menyukai.
- Jawab :



$$p\ ((\frac{x_1}{n_1} - \frac{x_2}{n_2}) - Z_{\alpha/2}\,.\sqrt{\frac{\frac{x_1}{n_1}.(1-\frac{x_1}{n_1})}{n_1} + \frac{\frac{x_2}{n_2}.(1-\frac{x_2}{n_2})}{n_2}} < p_1 - p_2 < (\frac{x_1}{n_1} - \frac{x_2}{n_2}) + Z_{\alpha/2}\,.\sqrt{\frac{\frac{x_1}{n_1}.(1-\frac{x_1}{n_1})}{n_1} + \frac{\frac{x_2}{n_2}.(1-\frac{x_2}{n_2})}{n_2}}\ ) = 1 - \alpha$$

$$p\ ((\frac{230}{400} - \frac{200}{500}) - 1{,}96\,.\sqrt{\frac{\frac{230}{400}.(1-\frac{230}{400})}{400} + \frac{\frac{200}{500}.(1-\frac{200}{500})}{500}} < p_1 - p_2 < (\frac{230}{400} - \frac{200}{500}) + 1{,}96\,.\sqrt{\frac{\frac{230}{400}.(1-\frac{230}{400})}{400} + \frac{\frac{200}{500}.(1-\frac{200}{500})}{500}}\ ) = 95\%$$

Pendugaan Interval dg 2 Sampel Besar

f. Sabun Puspa

Diketahui :

	Mampu (1)	Tak Mampu (2)
yg suka x =	230	200
n =	400	500
$z_{a/2}$ 95% =	1.96	
proporsi p = x/n =	0.5750	0.4000
1 - p =	0.4250	0.6000
Std Dev Hitungan =	0.00061	0.00048

Selisih Prop. Sampel = p1 - p2 = 0.1750

Akar .. = 0.0330

Simpangan = 0.0647

Pendugaannya :

p(0.110 < $p_1 - p_2$ < 0.240) = 0,95

p(11.03% < $p_1 - p_2$ < 23.97%) = 0,95

$$p\left((0{,}575 - 0{,}400) - 1{,}96\,.\sqrt{\frac{0{,}575\,.0{,}425}{400} + \frac{0{,}400\,.0{,}600}{500}} < p_1 - p_2 < ((0{,}575 - 0{,}400) + 1{,}96\,.\sqrt{\frac{0{,}575\,.0{,}425}{400} + \frac{0{,}400\,.0{,}600}{500}}\right) = 95\%$$

$$p\,(0{,}175 - 1{,}96\,.\sqrt{0{,}00061 + 0{,}00048} < p_1 - p_2 < 0{,}175 + 1{,}96\,.\sqrt{0{,}00061 + 0{,}00048}\,) = 95\%$$

$$p\,(0{,}175 - 1{,}96\,.\,0{,}0330 < p_1 - p_2 < 0{,}175 + 1{,}96\,.\,0{,}0330) = 95\%$$

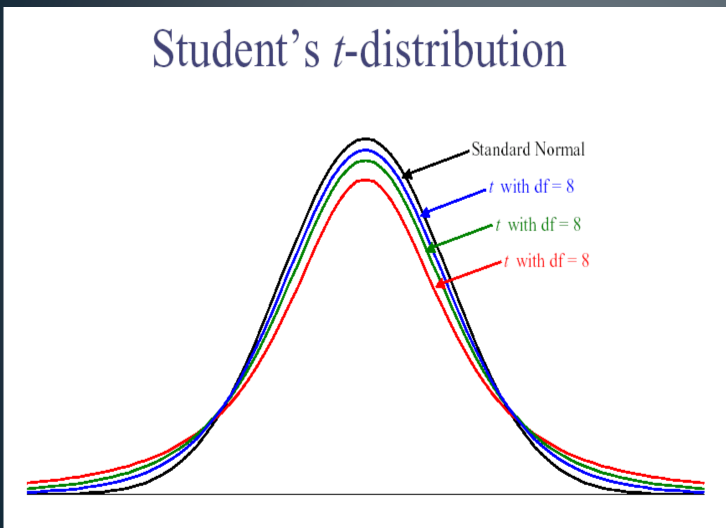
$$p\,(0{,}175 - 0{,}0647 < p_1 - p_2 < 0{,}175 + 0{,}0647) = 95\%$$

$$p\,(0{,}110 < p_1 - p_2 < 0{,}240) = 95\%$$

Review Pra-UTS

- Distribusi Probabilitas Diskrit [Distribusi Binomial & Poisson]
  - Menghitung nilai Probabilitas, dengan Rumus, alat bantu kalkulator
- Distribusi Probabilitas Kontinu [Distribusi Normal]
  - Menghitung nilai Probabilitas, dengan Baca Tabel Normal, 12 jenis Kurva N.
- Teori Sampling → data Sampel di Stat 2 HARUS ADA.
  - Menghitung nilai Probabilitas dg Statistik Sampel [n, $\bar{x}$, s & s^2] diketahui, tabel Normal
- Pendugaan Statistik : sampel BESAR n >= 30 → Tabel D. Normal.
  - Nilai pendugaan 1 sampel : p (rata-2 ± simpangan) = ik, deskriptip & proporsi
  - Nilai pendugaan 2 sampel : p (selisih rata-2 ± simpangan) = ik, deskriptip & proporsi
- UTS :
  - Bahan : awal s/d pendugaan statistik sampel besar
  - Sifat : Open book, boleh pakai kalkulator/Laptop
  - Waktu : 90 menit.
  - Soal BISA berbeda tiap mahasiswa → true evaluation
- TUGAS :
  - Lihat foto kopian di MODUL. Hal. 1 [1&2] & Hal. 2 [1&2]. = 4 soal.

Pendugaan Interval dg Sampel Kecil (n<30)



- Jika sampel kecil, digunakan distribusi t-student yg variabelnya $t = \frac{\bar{x}-\mu}{s/\sqrt{n}}$
- Makin besar jumlah sampel (n), distribusi t-student akan mendekati distribusi normal
- Perumusan pendugaan statistik pada sampel kecil, analog atau hampir dg pendugaan sampel besar. Perbedaan-nya adalah penggunaan Tabel-nya.

Tabel Distribusi t-student dibuat dengan MS Excel [=TINV(2*alpha;DF)]

DF / α/2	0.2500	0.2000	0.1500	0.1000	0.0500	0.0250	0.0100	0.0050	0.0005
1	1.000	1.376	1.963	3.078	6.314	12.706	31.821	63.657	######
2	0.816	1.061	1.386	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925	31.599
3	0.765	0.978	1.250	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841	12.924
4	0.741	0.941	1.190	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604	8.610
5	0.727	0.920	1.156	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032	6.869
6	0.718	0.906	1.134	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707	5.959
7	0.711	0.896	1.119	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499	5.408
8	0.706	0.889	1.108	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355	5.041
9	0.703	0.883	1.100	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250	4.781
10	0.700	0.879	1.093	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169	4.587
11	0.697	0.876	1.088	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106	4.437
12	0.695	0.873	1.083	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055	4.318
13	0.694	0.870	1.079	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012	4.221
14	0.692	0.868	1.076	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977	4.140
15	0.691	0.866	1.074	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947	4.073
16	0.690	0.865	1.071	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921	4.015
17	0.689	0.863	1.069	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898	3.965
18	0.688	0.862	1.067	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878	3.922
19	0.688	0.861	1.066	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861	3.883
20	0.687	0.860	1.064	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845	3.850
21	0.686	0.859	1.063	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831	3.819
22	0.686	0.858	1.061	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819	3.792
23	0.685	0.858	1.060	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807	3.768
24	0.685	0.857	1.059	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797	3.745
25	0.684	0.856	1.058	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787	3.725
26	0.684	0.856	1.058	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779	3.707
27	0.684	0.855	1.057	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771	3.690
28	0.683	0.855	1.056	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763	3.674
29	0.683	0.854	1.055	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756	3.659
30	0.683	0.854	1.055	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750	3.646
31	0.682	0.853	1.054	1.309	1.696	2.040	2.453	2.744	3.633
32	0.682	0.853	1.054	1.309	1.694	2.037	2.449	2.738	3.622
33	0.682	0.853	1.053	1.308	1.692	2.035	2.445	2.733	3.611
34	0.682	0.852	1.052	1.307	1.691	2.032	2.441	2.728	3.601
35	0.682	0.852	1.052	1.306	1.690	2.030	2.438	2.724	3.591
36	0.681	0.852	1.052	1.306	1.688	2.028	2.434	2.719	3.582
37	0.681	0.851	1.051	1.305	1.687	2.026	2.431	2.715	3.574
38	0.681	0.851	1.051	1.304	1.686	2.024	2.429	2.712	3.566
39	0.681	0.851	1.050	1.304	1.685	2.023	2.426	2.708	3.558
40	0.681	0.851	1.050	1.303	1.684	2.021	2.423	2.704	3.551
[illegible]	[illegible]	0.848	[illegible]	1.296	[illegible]	2.000	[illegible]	2.660	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	1.289	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	1.282	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]

Tabel t-Student

Pendugaan Interval dg Sampel Kecil (n<30)

1. Ada 2 data yg dibutuhkan untuk menentukan nilai t-table $t_{\alpha/2,df}$.
   - Yang pertama adalah α atau standart error, secara default α = 5%. Sehingga α/2 = 2,5% = 0,025. Kolom 0,025 di deretan atas table/warna kuning/horisontal
   - **Yang kedua adalah df [degre of freedom/derajat kebebasan]. Untuk 1 sampel, nilai df = n – 1. Untuk 2 sampel, nilai df = (n_1 – 1) + (n_2 - 1) = n_1 + n_2 – 2. Posisi df ada di sisi kiri/vertikal**
2. Nilai t-table $t_{\alpha/2,df}$ diperoleh dari perpotongan kolom & baris antara α/2 & df
3. Selengkapnya, lihat Tabel t-Student di Lampiran Slide/Kopian

Pendugaan Interval dg Sampel Kecil (n<30)

[G]. Pendugaan parameter rata-rata populasi (μ) dengan deviasi standar populasi (σ) tidak diketahui dan populasi tidak terbatas : Identik dg [A], z diganti t, σ diganti s. [Lihat slide 20]

$$p\left(\bar{x} - \mathbf{t_{\alpha/2,df}} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{x} + t_{\alpha/2,df} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}\right) = 1 - \alpha$$

$$p\left(\bar{x} - t_{0{,}025\,,\,n-1} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{x} + t_{0{,}025\,,\,n-1} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}\right) = 0{,}95$$

Contoh [G] : Mahasiswa

- Sebuah sampel random yg terdiri dari **10** mahasiswa dipilih dari populasi mahasiswa. Ke-10 mahasiswa tadi di test kecerdasan dg hasil rata-rata nilai 112 dg deviasi standart 11. Buatlah pendugaan rata-rata nilai untuk seluruh mahasiswa.

Pendugaan Interval dg Sampel Kecil (n<30)

Jawab [G] : n = 10 → df = n – 1 = 9 ; $\bar{x}$ = 112 ; s = 11 ; α = 5% → α/2 = 2,5% = 0,025

$$p\left(\bar{x} - t_{\alpha/2,df} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{x} + t_{\alpha/2,df} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}\right) = 1 - \alpha$$

$$p\left(112 - t_{0{,}025\,,\,9} \cdot \frac{11}{\sqrt{10}} < \mu < 112 + t_{0{,}025\,,\,9} \cdot \frac{11}{\sqrt{10}}\right) = 0{,}95$$

$$p\left(112 - \mathbf{2{,}262} \cdot \frac{11}{\sqrt{10}} < \mu < 112 + \mathbf{2{,}262} \cdot \frac{11}{\sqrt{10}}\right) = 0{,}95$$

$$p\left(112 - 7{,}869 < \mu < 112 + 7{,}869\right) = 0{,}95$$

$$p\left(104{,}131 < \mu < 119{,}869\right) = 0{,}95$$

g. 10 mahasiswa

Diketahui :

n =	10	Maka : Simpangan =		7.869			
N =	tdk ada						
$\bar{x}$ =	112	Pendugaannya :					
s =	11	p(	104.131	< m <	119.869	) = 0,95	
$t_{a/2,df}$ 95% =	**2.262**	=TINV(2*0,025;9)					

Pendugaan Interval dg Sampel Kecil (n<30)

[H]. Pendugaan parameter rata-rata populasi (μ) dengan deviasi standar populasi (σ) tidak diketahui dan populasi terbatas : Identik dg [A], z diganti t, σ diganti s.

$$p\left(\bar{x} - t_{\alpha/2,df} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}} \cdot \sqrt{\frac{N-n}{N-1}} < \mu < \bar{x} + t_{\alpha/2,df} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}} \cdot \sqrt{\frac{N-n}{N-1}}\right) = 1 - \alpha$$

$$p\left(\bar{x} - t_{0,025\,,\,n-1} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}} \cdot \sqrt{\frac{N-n}{N-1}} < \mu < \bar{x} + t_{0,025\,,\,n-1} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}} \cdot \sqrt{\frac{N-n}{N-1}}\right) = 0,95$$

Contoh [H] : Jurusan TI

- Jurusan TI ingin mengetahui rata-rata hasil ujian Statistik Dasar. Suatu sampel random sebanyak **14** hasil ujian dipilih dari seluruh mahasiswa Jurusan TI sebanyak **90** orang. Rata-ratanya sebesar 75,6 dan deviasi standart 2,65. Buat interval keyakinan 95% guna menduga rata-rata angka hasil ujian Statistik Dasar Jur. TI !

Pendugaan Interval dg Sampel Kecil (n<30)

Jawab [H] : n = 14 → df = n – 1 = 13 ; N = 90 ; $\bar{x}$ = 75,6 ; s = 2,65 ; α = 5% → α/2 = 2,5% = 0,025

$$p\left(\bar{x} - t_{\alpha/2,df} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}} \cdot \sqrt{\frac{N-n}{N-1}} < \mu < \bar{x} + t_{\alpha/2,df} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}} \cdot \sqrt{\frac{N-n}{N-1}}\right) = 1 - \alpha$$

$$p\left(75,6 - t_{0,025\,,\,13} \cdot \frac{2,65}{\sqrt{14}} \cdot \sqrt{\frac{90-14}{90-1}} < \mu < 75,6 + t_{0,025\,,\,13} \cdot \frac{2,65}{\sqrt{14}} \cdot \sqrt{\frac{90-14}{90-1}}\right) = 0,95$$

p (75,6 – **2,160** . 0,708 . 0,924 < μ < 75,6 + **2,160** . 0,708 . 0,924) = 0,95

p (75,6 – 1,414 < μ < 75,6 + 1,414) = 0,95

p (74,186 < μ < 77,014) = 0,95

h. Jurusan TI							
Diketahui :			Std Dev Hitungan =	0.708			
n =	14		Akar N,n =	0.924			
N =	90		Simpangan =	1.414			
$\bar{x}$ =	75.6	Pendugaannya :					
s =	2.65		p(	74.186	< μ <	77.014	) = 0,95
$t_{a/2,df}$ 95% =	**2.160**						

Pendugaan Interval dg 2 Sampel Kecil (n<30)

[I]. Pendugaan parameter <u>selisih rata-rata populasi</u> (μ) dengan <u>deviasi standar populasi</u> (σ) tidak diketahui dan <u>populasi tak-terbatas</u> :

$$p\left((\bar{x}_1-\bar{x}_2) - t_{\alpha/2,df} \cdot s_p \cdot \left(\sqrt{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}}\right) < \mu_1-\mu_2 < (\bar{x}_1-\bar{x}_2) + t_{\alpha/2,df} \cdot s_p \cdot \left(\sqrt{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}}\right)\right) = 1-\alpha$$

S_p = nilai duga s (standart deviasi) gabungan = $\sqrt{\dfrac{\left[\sum x_1^2 - \frac{(\sum x_1)^2}{n_1}\right]+\left[\sum x_2^2 - \frac{(\sum x_2)^2}{n_2}\right]}{(n_1-1)+(n_2-1)}}$

i	X_1	X_2
1	57.80	64.20
2	56.20	58.70
3	61.90	63.10
4	54.40	62.50
5	53.60	59.80
6	56.40	59.20
7	53.20	

Dengan df gabungan = $(n_1 - 1) + (n_2 - 1) = n_1 + n_2 - 2$

Contoh [I] : X_1 & X_2

Tentukan pendugaan selisih rata-rata untuk 2 sampel ini !

Pendugaan Interval dg 2 Sampel Kecil (n<30)

Hitungan :	2.201	[ ]1 =	54.089
Rata-2 X_1 =	56.214	[ ]2 =	26.495
Rata-2 X_2 =	61.250	sp =	2.707
Selisih Rata-2 =	5.036	Akar 1/n =	0.556
Simpangan =	3.314	**1.721**	**8.350**

i	X_1	X_2	X_1^2	X_2^2
1	57.80	64.20	3,340.84	4,121.64
2	56.20	58.70	3,158.44	3,445.69
3	61.90	63.10	3,831.61	3,981.61
4	54.40	62.50	2,959.36	3,906.25
5	53.60	59.80	2,872.96	3,576.04
6	56.40	59.20	3,180.96	3,504.64
7	53.20		2,830.24	
	393.50	367.50	22,174.41	22,535.87

Jawab [I] :

$$S_p = \sqrt{\frac{\left[\sum x_1^2 - \frac{(\sum x_1)^2}{n_1}\right]+\left[\sum x_2^2 - \frac{(\sum x_2)^2}{n_2}\right]}{(n_1-1)+(n_2-1)}}$$

$$S_p = \sqrt{\frac{\left[22.174,41 - \frac{(393,50)^2}{7}\right]+\left[22.535,87 - \frac{(367,50)^2}{6}\right]}{(7-1)+(6-1)}} = 2,707$$

$$p\left((\bar{x}_1-\bar{x}_2) - t_{\alpha/2,df} \cdot s_p \cdot \left(\sqrt{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}}\right) < \mu_1-\mu_2 < (\bar{x}_1-\bar{x}_2) + t_{\alpha/2,df} \cdot s_p \cdot \left(\sqrt{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}}\right)\right) = 1-\alpha$$

$$p\,(5,036 - \mathbf{2,201} \cdot \mathbf{2,707} \cdot 0,556 < \mu_1-\mu_2 < 5,036 + \mathbf{2,201} \cdot \mathbf{2,707} \cdot 0,556\,) = 95\%$$

$$p\,(5,036 - 3,314 < \mu_1-\mu_2 < 5,036 + 3,314) = 95\%$$

$$p\,(1,721 < \mu_1-\mu_2 < 8,350) = 95\%$$

Next :
Uji Hipotesa