Ruang Sampel

- Bila tiap hasil suatu percobaan sesuai dg salah satu unsur suatu kelompok, maka kelompok tsb → Ruang Sampel
- Atau, semua kemungkinan hasil percobaan
- Termasuk, dalam KONDISI YG DIKETAHUI
- Harus ditentukan terlebih dahulu, sebelum menentukan nilai probabilitas

Ruang Sampel

- Sebuah ruang sampel S merup. sebuah kelompok yg :
  - tiap unsur dari S menyatakan satu hasil percobaan
  - Tiap hasil percobaan harus sesuai dg satu dan hanya satu dari unsur S
- Ruang sampel sangat khas, tergantung dari obyek yang akan ditentukan nilai probabilitasnya

Ruang Sampel

Obyek Ruang Sampel :

- Uang Logam, bersisi 2 → 2^{keping} → K=kepala, E=ekor
  - 1 keping → RS = 2^1 = 2 → {K, E}
  - 2 keping → RS = 2^2 = 4 → {KK, KE, EK, EE}
  - 3 keping → RS = 2^3 = 8 → {KKK, KKE, KEK, KEE, EKK, EKE, EEK, EEE}
  - 4 keping → RS = 2^4 = 16 → ....

Ruang Sampel

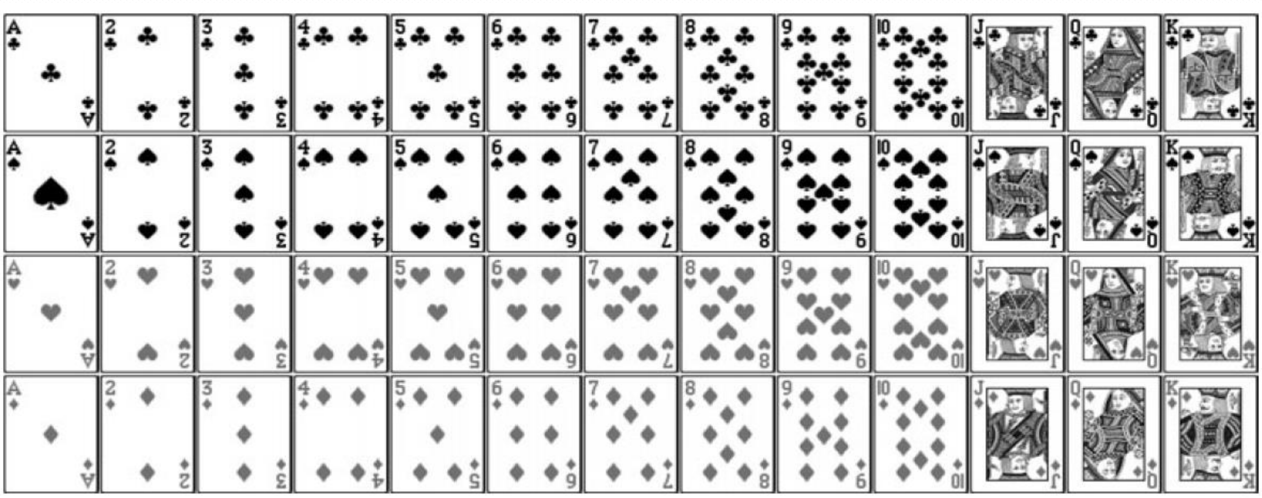


Figure 7.1 A standard deck of 52 playing cards.

Ruang Sampel : 52 kartu bridge

If we do take into account the suits, the sample space consists of ace of hearts, spades, diamonds, and clubs; . . . ; king of hearts, spades, diamonds, and clubs. Denoting hearts, spades, diamonds, and clubs, respectively, by 1, 2, 3, 4, for example, we can indicate a jack of spades by (11, 2). The sample space then consists of the 52 points shown in Fig. 1-5.

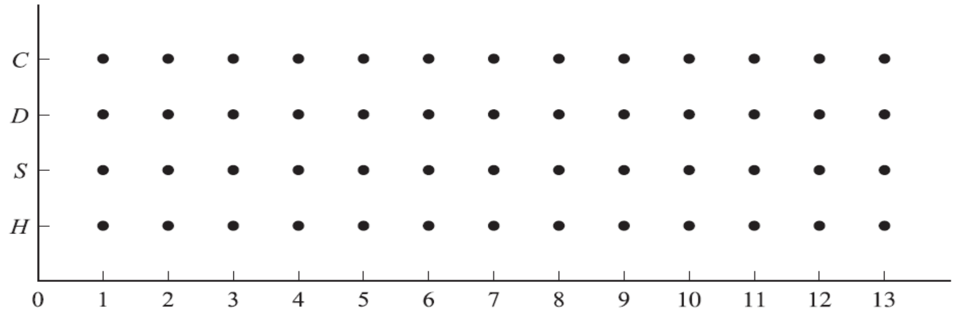


Fig. 1-5

Ruang Sampel

Obyek Ruang Sampel :

- Dadu, bersisi 6 → 6^{keping}
  - 1 dadu → RS = $6^1 = 6$
  - 2 dadu → RS = $6^2 = 36$
  - 3 dadu → RS = $6^3 = 216$
- Bila dadu MERAH & dadu PUTIH dilempar bersama, maka JUMLAH MATA DADU-nya mempunyai Ruang Sampel

  S = { 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12 }

x , y	1	2	3	4	5	6
1	(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
2	(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
3	(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)
4	(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)
5	(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)
6	(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)

Ruang Sampel

- Ruang Sampel pelemparan 2 dadu tsb bisa ditulis :
  $S = \{ (x,y) \mid 1 \leq x \leq 6 ; 1 \leq y \leq 6 \}$
- Maka :
  - Ruang Sampel terdiri atas 36 titik sampel
  - Probabilitas terwujudnya tiap titik sampel = 1/36
- Contoh :
  - Buktikan probabilitas x = y sebesar 1/6
  - Buktikan probabilitas $y \geq x + 3$ sebesar 1/6

x , y	1	2	3	4	5	6
1	(1 , 1)	(1 , 2)	(1 , 3)	(1 , 4)	(1 , 5)	(1 , 6)
2	(2 , 1)	(2 , 2)	(2 , 3)	(2 , 4)	(2 , 5)	(2 , 6)
3	(3 , 1)	(3 , 2)	(3 , 3)	(3 , 4)	(3 , 5)	(3 , 6)
4	(4 , 1)	(4 , 2)	(4 , 3)	(4 , 4)	(4 , 5)	(4 , 6)
5	(5 , 1)	(5 , 2)	(5 , 3)	(5 , 4)	(5 , 5)	(5 , 6)
6	(6 , 1)	(6 , 2)	(6 , 3)	(6 , 4)	(6 , 5)	(6 , 6)

RS ATURAN PENGHITUNGAN

- Bila obyek masih sederhana (bisa diuraikan unsur-2-nya), maka Ruang Sampel bisa di tentukan dari menguraikan unsur-2 Ruang Sampel-nya. Obyek sederhana, misal. mata uang & dadu
- Bila obyeknya lebih KOMPLEK, maka digunakan :
  ATURAN PENGHITUNGAN (*COUNTING RULES*)
  Terdiri :
  - Kaidah penggandaan (*Multiplication rule*)
  - Permutasi (seluruhnya, sebagian & berbeda)
  - Kombinasi

ATURAN PENGHITUNGAN

1. Kaidah penggandaan (*Multiplication rule*).

   Bila suatu operasi dapat dilakukan dalam n_1 cara, bila untuk setiap cara tersebut operasi kedua dapat dilakukan dalam n_2 cara, bila untuk setiap pasangan dua cara yang pertama operasi ketiga bisa dilakukan dalam n_3 cara, dan demikian seterusnya, maka k operasi dalam urutan tersebut dapat dilakukan dalam $n_1 \times n_2 \times \ldots \times n_k$ cara.

   – Dapat dijabarkan secara mudah dengan bantuan diagram pohon (*tree diagram*)

ATURAN PENGHITUNGAN

CONTOH: INVESTASI BRADLEY

- Bradley menginvestasikan uangnya pada 2 saham, yaitu Markley Oil dan Collins Mining. Bradley telah menghitung kemungkinan hasilnya selama 3 bulan dari sekarang. Berikut kemungkinannya :

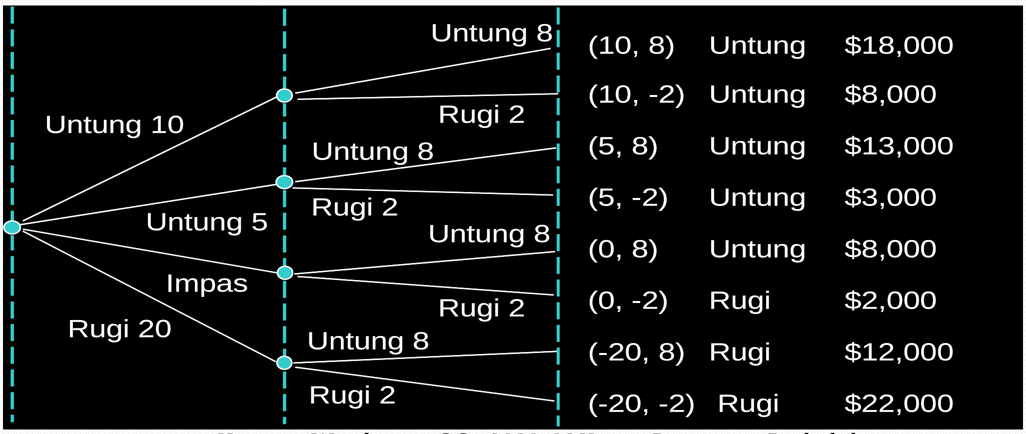
Keuntungan (+)/kerugian (–) investasi dalam 3 bulan ($000)

Markley Oil	Collins Mining
10	8
5	-2
0	
-20	

ATURAN PENGHITUNGAN

- Diagram Pohon

Markley Oil | Collins Mining | Hasil



ATURAN PENGHITUNGAN

2. Permutasi (berbeda → sama & berbeda n & r-nya) :

   Banyaknya permutasi akibat pengambilan r benda dari n benda yang berbeda adalah : [Simbol “!” = factorial]

- n >= r

$$_nP_r = \frac{n!}{(n-r)!}$$

dimana n! = n.(n-1).(n-2) … (2).(1)

(n-r)! = (n-r).(n-r-1).(n-r-2) … (2).(1)

0! = 1

6! = 1.2.3.4.5.6

ATURAN PENGHITUNGAN

Contoh :

Permutasi Seluruhnya : bila n = r

Dalam berapa cara 3 buku A, B & C yg berbeda dapat diletakkan secara teratur di rak buku ? → ABC,ACB,BAC,BCA,CAB,CBA

$$_{3}P_{3} = \frac{3!}{(3-3)!} = \frac{3!}{0!} = \frac{1.2.3}{1} = 6$$

Permutasi Sebagian : bila n > r

Dalam berapa carakah 2 huruf yg berbeda dari kata " l a u t " dapat diatur atau dipilih dalam suatu urutan tertentu ? → {l,a}, {l,u}, {l,t}, {a,l}, {a,u}, {a,t}, {u,l}, {u,a}, {u,t}, {t,l}, {t,a} & {t,u}

$$_{4}P_{2} = \frac{4!}{(4-2)!} = \frac{4!}{2!} = \frac{2!.3.4}{2!} = 12$$

ATURAN PENGHITUNGAN

Contoh :

Dua kupon lotere diambil dari 20 kupon untuk menentukan hadiah pertama dan kedua, maka banyaknya titik contoh [ruang sampel / sample space] adalah

$$_{20}P_{2} = \frac{n!}{(n-r)!} = \frac{20!}{(20-2)!} = \frac{20!}{18!} = \frac{18!.19.20}{18!} = 19.20 = 380$$

ATURAN PENGHITUNGAN

3. Banyaknya permutasi yang berbeda dari n benda yang n_1 diantaranya berjenis pertama, n_2 berjenis kedua, ..., n_k berjenis ke-k adalah

$$\frac{(\Sigma n_i)!}{n_i!n_2!\ldots n_k!} = \frac{(n_1 + n_2 + \ldots + n_k)!}{n_1!n_2!\ldots n_k!}$$

Contoh:

Banyak susunan yang berbeda bila kita ingin membuat sebuah rangkaian lampu hias yang terdiri dari 3 lampu merah, 4 kuning, dan 2 biru adalah

$$\frac{(3+4+2)!}{3!\,.\,4!\,.\,2!} = \frac{9!}{3!4!2!} = 1260$$

ATURAN PENGHITUNGAN

4. Banyaknya kombinasi r benda dari n benda yang berbeda adalah

$$\binom{n}{r} = {}_nC_r = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

Contoh:

Jika dari 4 orang anggota partai X akan dipilih 2 orang untuk menjadi anggota suatu tim Pansus, maka banyaknya kombinasi adalah

$$\binom{4}{2} = {}_4C_2 = \frac{4!}{2!.(4-2)!} = \frac{4!}{2!.2!} = \frac{2!.3.4}{2!.2} = \frac{12}{2} = 6$$

ATURAN PENGHITUNGAN

Contoh:

Berapa jumlah kombinasi sebanyak 3 unsur yg diambil dari kelompok {a,b,c,d,e} ?

$$\binom{5}{3} = {}_5C_3 = \frac{5!}{3!.(5-3)!} = \frac{5!}{3!.2!} = \frac{3!.4.5}{3!.1.2} = \frac{20}{2} = 10$$

→ {a,b,c}, {a,b,d}, {a,b,e}, {a,c,d}, {a,c,e}, {a,d,e}, {b,c,d}, {b,c,e}, {b,d,e}, {c,d,e}

Probabilitas untuk memilih sebuah sampel yg terdiri dari 3 orang dari populasi yg terdiri 30 orang adalah :

$$p(3\,orang) = \frac{1}{{}_{30}C_3} = \frac{1}{\frac{30!}{3!.(30-3)!}} = \frac{1}{\frac{30!}{3!\,.\,27!}} = \frac{1}{\frac{27!.28.29.30}{1.2.3\,.\,27!}} = \frac{1}{\frac{28.29.30}{1.2.3}} = \frac{1}{4060}$$

Perhitungan dalam Probabilitas

1.Probabilitas suatu Peristiwa :

- Bila suatu percobaan dapat menimbulkan sejumlah n (ruang sampel) hasil yg berbeda & memiliki kesempatan terwujud yg sama (var. random), dan bila m (suatu kejadian tertentu) dari hasil diatas merup. peristiwa A, maka Probabilitas peristiwa A adalah :

$$p(A) = \frac{m}{n} = \frac{kejadian\ \ tertentu}{seluruh\ \ kejadian} = \frac{kejadian\ \ tertentu}{ruang\ \ sampel}$$

- Probabilitas peristiwa bukan A adalah :

$$p(\overline{A}) = 1 - p(A) = \frac{n-m}{n}$$

Perhitungan dalam Probabilitas

1.Probabilitas suatu Peristiwa :

Contoh :

- Sebutir dadu **empat** sisinya dicat MERAH, **dua** sisinya dicat PUTIH. Bila dadu dilempar sekali, maka :
  - berapakah probabilitas muncul sisi MERAH ?
  - berapakah probabilitas muncul sisi PUTIH ?
- Jawab :
  - Prob (Merah) : $p(merah) = \frac{m_{merah}}{n} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} = 0{,}667$
  - Prob (Putih) : $p(putih) = \frac{m_{putih}}{n} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} = 0{,}333$

  atau $p(putih) = 1 - p(\overline{putih}) = 1 - p(merah) = 1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$

Perhitungan dalam Probabilitas

2.Peristiwa yg Eksklusif : tidak ada yg sama satu sama lain

- Bila A & B EKSKLUSIF secara Bersama dan merup. peristiwa, dalam sebuah ruang sampel terbatas, maka :

$$p(A \cup B) = p(A) + p(B)$$

  dimana $A \cap B = \varnothing$ dan $p(A \cap B) = 0$
- Mis. Sebutir dadu dilempar sekali,

  Berapakah probabilitas timbulnya mata dadu 1 ATAU mata dadu 5 ?

  Jawab : $p(A \cup B) = p(A) + p(B) = 1/6 + 1/6 = 1/3$

  Berapakah probabilitas timbulnya mata dadu 1 ATAU 3 ATAU 5 ATAU 6 ? → 1/6 + 1/6 + 1/6 + 1/6 = 4/6 = 2/3

Perhitungan dalam Probabilitas

3.Peristiwa yg BUKAN Eksklusif : ada yg sama/kembar

- Bila peristiwa A & B merup. suatu gabungan (union) dan TIDAK EKSKLUSIF secara bersama dan terdapat pada sebuah ruang sampel terbatas, maka :

$$p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$$

- Contoh :

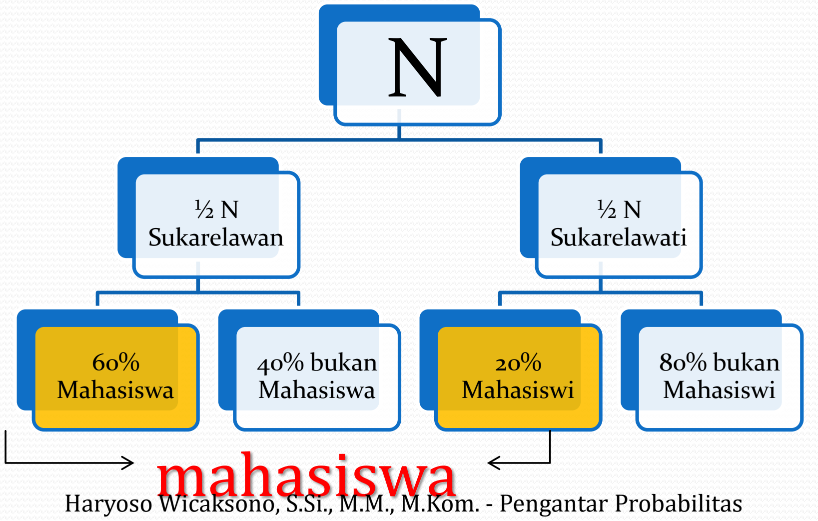
  Kelompok brigade tempur sukarela, ½-nya adalah SUKARELAWAN & ½-nya adalah SUKARELAWATI. 20% dari SUKARELAWATI adalah MAHASISWI, dan 60% dari SUKARELAWAN adalah MAHASISWA.

  Bila dipilih secara random seorang dari brigade tsb, berapakah probabilitas seorang WANITA atau seorang Mahasiswa terpilih ?

Perhitungan dalam Probabilitas

3.Peristiwa yg BUKAN Eksklusif :

Bila digambar Diagram Pohon-nya (Tree Diagram) :

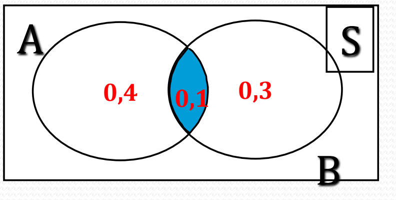


Perhitungan dalam Probabilitas

3.Peristiwa yg BUKAN Eksklusif :

Jawab :

- Bila A = peristiwa WANITA terpilih = 0,5 → SUKARELAWATI
- Pengertian Mahasiswa → PEREMPUAN & LAKI-LAKI.
  Bila B = peristiwa MAHASISWA terpilih → ada 2 asal MAHASISWA = yg Perempuan + yg Laki-laki = (20% x ½) + (60% x ½) = 10% + 30% = 40% = 0,4
- Yang RANGKAP = p (A∩B) = 20% x ½ = 0,1 → ada mahasiswi yg WANITA sekaligus Kuliah (mahasiswa).
- Maka :
  p (A ∪ B) = p (A) + p(B) - p (A ∩ B)
  = 0,5 + 0,4 – 0,1
  = 0,8 N.



Perhitungan dalam Probabilitas

4.Peristiwa yg KOMPLIMENTER :

- Bila terdapat peristiwa A dan peristiwa $\bar{A}$ dalam sebuah ruang sampel yg sama dan bila $\bar{A}$ meliputi semua unsur kecuali A, maka $\bar{A}$ merup. peristiwa KOMPLIMENTER bagi A
- Notasi : $p(\bar{A}) = 1 - p(A)$
- Contoh lihat Perhitungan no. 1

Perhitungan dalam Probabilitas

The complement rule for probability

The **complement of an event** E, denoted $\overline{E}$ (or E^c), is the event that E does not occur. The probability of the complement of an event E is given by $P(\overline{E}) = 1 - P(E)$.

$$\text{If } P(E) = \frac{1}{3}, \text{ then } P(\overline{E}) = 1 - P(E) = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}.$$

PROBLEM Suppose a single card is drawn at random from a well-shuffled standard deck of 52 playing cards. What is the probability that the card is not a diamond?

SOLUTION There are 13 diamonds in the deck, so $P(\text{diamond}) = \frac{13}{52}$; thus, the probability that the card is not a diamond $= 1 - \frac{13}{52} = \frac{39}{52} = \frac{3}{4}$.

Perhitungan dalam Probabilitas

5.Peristiwa yg INDEPENDEN :

- Bila dan hanya bila terjadi atau tidak terjadinya peristiwa PERTAMA, tidak mempengaruhi terjadi atau tidak terjadinya peristiwa KEDUA. Peristiwa Pertama TIDAK TERKAIT dengan peristiwa Kedua.

  Notasi : p $(A \cap B)$ = p (A) . p(B)
- Contoh :

  Pada pelemparan dua butir dadu MERAH & PUTIH, tentukan probabilitas DADU MERAH $X \leq 3$ dan DADU PUTIH $Y \geq 5$!
- Jawab :
  - Siapkan Ruang Sampelnya
  - tentukan P($X \leq 3$)
  - tentukan P($Y \geq 5$)

Perhitungan dalam Probabilitas

5.Peristiwa yg INDEPENDEN :

- Probabilitas dadu MERAH $X \leq 3$ = 18/36 = 1/2
- Probabilitas dadu PUTIH $Y \geq 5$ = 12/36 = 1/3

x , y	1	2	3	4	5	6
1	(1 , 1)	(1 , 2)	(1 , 3)	(1 , 4)	(1 , 5)	(1 , 6)
2	(2 , 1)	(2 , 2)	(2 , 3)	(2 , 4)	(2 , 5)	(2 , 6)
3	(3 , 1)	(3 , 2)	(3 , 3)	(3 , 4)	(3 , 5)	(3 , 6)
4	(4 , 1)	(4 , 2)	(4 , 3)	(4 , 4)	(4 , 5)	(4 , 6)
5	(5 , 1)	(5 , 2)	(5 , 3)	(5 , 4)	(5 , 5)	(5 , 6)
6	(6 , 1)	(6 , 2)	(6 , 3)	(6 , 4)	(6 , 5)	(6 , 6)

- p $(A \cap B)$ = p (A) . p(B) = 1/2 . 1/3 = 1/6

Perhitungan dalam Probabilitas

6.Probabilitas BERSYARAT :

- Probabilitas mengenai sebagian dari ruang sampel TERKADANG lebih penting dibandingkan seluruh dari ruang sampel → Mempersempit Ruang Sampel
- Misal :
  - Penderita SAKIT JANTUNG → KOTA BANDUNG → RS HS.
  - Daerah rawan KEBAKARAN → KOTA BANDUNG → Padat penduduk & industri
- Terdapat perbedaan pengertian antara probabilitas peristiwa dlm SUB-KELOMPOK & probabilitas ruang sampel ASAL (kelompok) → diperlukan syarat tambahan
- Probabilitas yg berhubungan dg peristiwa dalam sub-kelompok dinamakan PROBABILITAS BERSYARAT.

Perhitungan dalam Probabilitas

6.Probabilitas BERSYARAT :

- Pada pelemparan dadu MERAH (x) & PUTIH (y), bila x + y < 4, berapakah probabilitas x = 1 ?

1. Hasil x + y < 4 → B = {(1,1), (1,2), (2,1)} → dari RS semula 36, dipersempit menjadi 3 saja. Dari RS = 3, hanya 2 dari 3 yg memenuhi x = 1 → prob. x = 1 dengan syarat x + y < 4 = p(B) = 2/3.
2. Bila prob. x = 1 TANPA SYARAT x + y < 4 → A = {(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6)} → p(A) = 6/36 = 1/6
3. Interseksi (yg rangkap) antara peristiwa A & B = A ∩ B :

   p(A) = 1/6 & p(B) = 3/36 → p (A ∩ B) = 2/36

Perhitungan dalam Probabilitas

6.Probabilitas BERSYARAT :

4. Bila prob. peristiwa x = 1 dengan syarat peristiwa x+y<4 dinotasikan dg p(A|B) = 2/3, maka :

   p (A ∩ B) = p (B) . p (A|B)

   2/36 = (3/36) . (2/3)

   atau :

$$p(A \mid B) = \frac{p(A \cap B)}{p(B)}$$

5. Bila probabilitas peristiwa B dg syarat peristiwa A, maka :

$$p(B \mid A) = \frac{p(B \cap A)}{p(A)} = \frac{p(A \cap B)}{p(A)}$$