Statistik - Probabilitas

sejarah,
masa lalu,
data time series,
Succes Story

probabilitas,
peluang bisnis,
cita-cita & harapan
planning,
pengembangan,
mau nikah,
kredit motor, dll

past — present — future

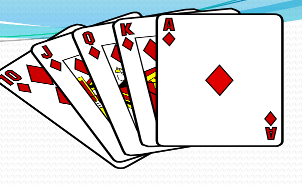
Kita sekarang menjaga kesehatan,
untuk lebih sehat di masa datang

Manfaat : jarang lupa, tidak terkejut, Antisipatif,
Ber-alternatif, Improvisasi, Kreatif & Inovatif

Ada ketidakpastian, dg ilmu →
peluang positip → **Optimisme**

Haryoso Wicaksono, S.Si., M.M., M.Kom. - Pengantar Probabilitas 1

Teori Probabilitas



- Teori Probabilitas merup. Cabang dari Ilmu Matematika Terapan, dan mempelajari perilaku dari faktor untung-untung-an
- Dipengaruhi :
  - pemikiran teoritis & hasil observasi perjudian
  - cara pemecahan : harapan matematis

Haryoso Wicaksono, S.Si., M.M., M.Kom. - Pengantar Probabilitas 2

Perumusan Probabilitas

- Mis. ada 10 bola merah & 10 bola putih yg identik (kec. warnanya), dimasukkan ke wadah tertutup. Bila diambil 1 bola maka : terambil BOLA MERAH atau BOLA PUTIH
- Ada 2 macam kondisi :
  - Kondisi yang diketahui → bola identik, kecuali warnanya ; bolanya ada 10 MERAH & 10 PUTIH
  - Kondisi yang tidak diketahui → posisi/kedudukan bola-2 tsb ; tindakan pemilihan → berdasarkan kemauan saja, tanpa merencanakan ttg yg akan dipilih

Kondisi yang diketahui

- tergantung dari OBYEK-nya, mis. pada obyek sederhana → DADU, KARTU, MATA UANG. Obyek yang lebih komplek → merk sepeda motor, merk mie instan, jumlah penduduk suatu wilayah, dll.
- harus diketahui terlebih dulu, bila perlu harus survai atau sensus.

Kondisi yang tidak diketahui

- tergantung dari proses eksperimen
- bisa ditentukan dg perhitungan
- tidak dapat diduga dg PASTI, tapi dapat dianalisa atas dasar logika ilmiah
- Teori Probabilitas memberikan cara pengukuran KUANTITATIF ttg terjadinya suatu peristiwa

Ada 3 Konsep Probabilitas

1. Pendekatan Klasik
2. Pendekatan Frekuensi Relatif
   a) Newbold, P. (1995) dan Anderson (2002)
   b) Walpole, RE. (1982)
3. Pendekatan Subyektif

KONSEP PROBABILITA

1. Pendekatan Klasik : berbasis obyek-nya

- Pendekatan ini menggunakan asumsi jika suatu percobaan memiliki n kemungkinan hasil, maka peluang masing-masing kejadian adalah 1/n.
- Contoh: Pelemparan sebuah dadu bermata 6

  Percobaan : Pelemparan sebuah dadu

  Ruang Sampel : $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

  Probabilita : Masing-masing kejadian munculnya mata dadu memiliki peluang sama, yaitu 1/6

KONSEP PROBABILITA

2. Pendekatan Frekuensi Relatif : eksperimen

a. Newbold, P. (1995) dan Anderson (2002):

Jika N_A merupakan banyaknya kejadian A muncul dalam suatu percobaan berulang sebanyak N, maka dengan konsep *relative frequency*, peluang bahwa A akan terjadi adalah

$$P(A) = \frac{N_A}{N}$$

KONSEP PROBABILITA

2. Pendekatan Frekuensi Relatif: (Lanjutan)

b. Walpole, RE. (1982):

Bila suatu percobaan mempunyai N hasil percobaan yg berbeda, dan masing-masing mempunyai kemungkinan yg sama untuk terjadi, dan bila tepat n diantara hasil percobaan itu menyusun suatu kejadian A, maka peluang kejadian A adalah

$$P(A) = \frac{n}{N} \quad atau \quad p(E) = \lim_{n \to \infty} \frac{m}{n}$$

$$p(E) = \lim_{n \to \infty} \frac{m}{n}$$

x	1	2	3	4	5	6
m	166	169	165	167	169	164
m/n	166/1000	169/1000	165/1000	167/1000	169/1000	164/1000

- Pada pelemparan dadu 1000 kali, m/n akan memiliki tendensi/kecenderungan ke suatu NILAI KONSTAN (1/6)
- p(E) → Probabilitas Statistik /Probabilitas Empiris.
- Bila n → ~ maka Probabilitas empiris akan mendekati probabilitas teoritis

KONSEP PROBABILITA

3. Pendekatan Subyektif

Contoh:

Pemilihan calon Manajer Pemasaran di sebuah perusahaan berdasarkan keputusan Pimpinan perusahaan, umumnya menggunakan pendekatan ini. Misalkan A yang memiliki pengalaman dan prestasi kerja yang lebih baik daripada B, maka A akan diberikan peluang yang lebih besar dibandingkan B.

Jadi, ...

Probabilitas dirumuskan sebagai RASIO atau PROPORSI atau PERBANDINGAN

Variabel Random :

- Variation + able = berbeda/bervariasi + dapat, lawannya = konstanta
- Variabel yg nilainya merup. suatu bilangan yg ditentukan oleh terjadinya hasil suatu percobaan
- Variabel yg secara teoritis dapat menerima sembarang nilai
- Terdiri atas :
  - Variabel Diskrit → bil. bulat, pencacahan, { 1, 2, 3 }
  - Variabel Kontinu → bil. pecahan, pengukuran, { $1 \leq x \leq 3$ }

Diagram Venn & Ruang Sampel

- Azas-azas Teori Kelompok :
  - Perumusan ttg Probabilitas Matematik menggunakan istilah & pengertian ttg Teori Kelompok = Teori Himpunan = *Set Theory* ➔ *Folder pada Windows Explorer*
- Kelompok = set :
  - Kumpulan dari obyek, benda atau simbol yg dapat dibedakan dan diberi batasan/rumusan/definisi yg tegas
  - Definisi : Dorce, Mr. X

Diagram Venn & Ruang Sampel

- Tiap obyek secara kolektif membentuk suatu kelompok dinamakan UNSUR (*ELEMENT*). Sehingga tiap unsur merup. anggota dari kelompok tsb.
- Jika a merup. suatu obyek, sedangkan S adalah suatu Kelompok, maka : [epsilon]

$a \in S$ → a merup. satu unsur dari kel. S

$a \notin S$ → a bukan merup. satu unsur dari kel. S

Diagram Venn & Ruang Sampel

Ada 3 jenis kelompok :

1. Kelompok yg TERBATAS / Finite Set, jika susunannya tertentu, dari awal sd akhir
2. Kelompok yg TIDAK TERBATAS / Infinite Set, jika susunannya tidak terbatas
3. Kelompok KOSONG/empty set/null set, jika tidak memiliki unsur atau $\emptyset$

Diagram Venn & Ruang Sampel

Perincian ttg KELOMPOK

- Cara DAFTAR, semua unsur diuraikan.
  mis. mata dadu S = { 1,2,3,4,5,6 }
- Cara KAEDAH, dg menuliskan definisi atau syaratnya.
  mis. mata dadu S = { x : x adalah bil. bulat dan $1 \leq x \leq 6$ }

Diagram Venn & Ruang Sampel

Contoh

- Bila S = { 1,2,3,4,5,6 } dan N merup, kelompok yg terdiri dari angka-angka kuadrat dari rumus S, maka
  N = { 1,4,9,16,25,36 } atau
  N = { x^2 : x merup. unsur dari S }
- Jika HH = { a,i,u,e,o } maka
  HH = { x : x ialah huruf hidup/vokal dari 26 abjad }

Diagram Venn & Ruang Sampel

Kelompok & Sub-Kelompok :

- Keseluruhan obyek yg membentuk kelompok yg besar dan tetap = kelompok universil / universal set / populasi = disebut KELOMPOK saja
- Kelompok yg dipilih dan dibentuk dari kelompok universil = sub kelompok / sampel

Diagram Venn & Ruang Sampel

Kelompok & Sub-Kelompok :

- Kelompok A merup. sub-kelompok B, bila setiap unsur dari A juga merupakan unsur dari B, dan dinyatakan sbg $A \subseteq B$ dan Kelompok Kosong sbg sub-kelompok dari tiap kelompok
- Mis.

  $\{ 2,4 \} \subseteq \{ 1,2,4 \}$

  $\{ 1,3 \} \subseteq \{ x : x \geq 1 \}$

  $\{ 1,5 \} \subseteq \{ 1,5 \}$ → kelompok dpt merup. sub-kelompok dari dirinya sendiri. Bila kelompok A = kelompok B, maka $A \subseteq B$ dan $B \subseteq A$ = kelompok identik

Unsur Sub-kelompok

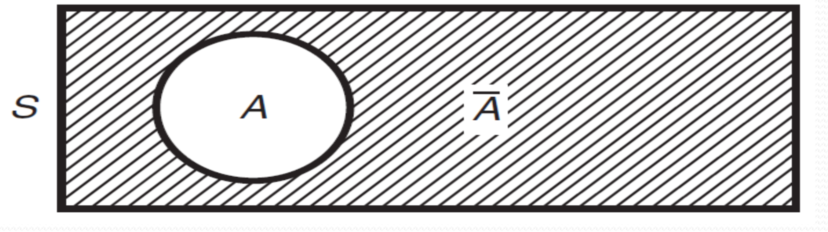
- Bila n merup. bil. bulat positip, maka suatu kelompok dg unsur sebanyak n, akan memiliki 2^n sub-kelompok yg berbeda
- n=1 → $2^1 = 2$ → {a}, {}
- n=2 → $2^2 = 4$ → {a}, {b}, {a,b}, {}
- n=3 → $2^3 = 8$ → {a}, {b}, {c}, {a,b}, {a,c}, {b,c}, {a,b,c}, {}

Diagram Venn & Ruang Sampel

Interaksi Kelompok & Sub-Kelompok :

1. Komplemen atau yg bukan kel. tsb
2. Interseksi/Irisan
3. Gabungan/Union
4. Mutually Exclusive Events

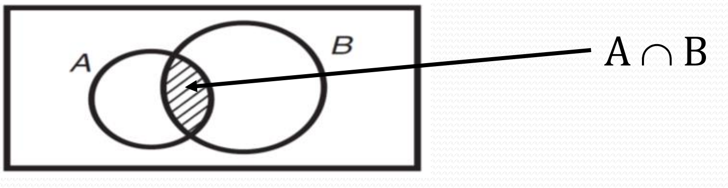
Interaksi Kelompok & Sub-Kelompok

1. Komplemen suatu kejadian
   - Komplemen suatu kejadian A relatif terhadap S (semesta) adalah himpunan semua anggota S yang bukan anggota A, dilambangkan dengan A^c.
   - 

$$\overline{A} = A^C = \{ x \in U : x \notin A \}$$

Interaksi Kelompok & Sub-Kelompok

2. Interseksi/Irisan dari 2 atau lebih kejadian
   - Irisan dua kejadian A dan B dilambangkan dengan A ∩ B, adalah kejadian yang mengandung semua unsur persekutuan kejadian A **dan** B.
   - Diagram Venn berikut mengilustrasikan A ∩ B.

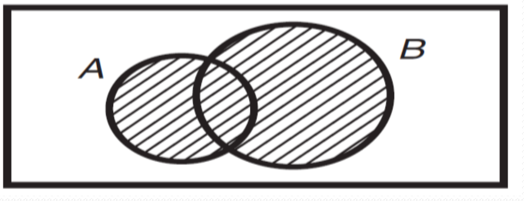


$$A \cap B = \{ x : x \in A \; dan \; x \in B \}$$

Interaksi Kelompok & Sub-Kelompok

3. Union/Gabungan dari 2 atau lebih kejadian

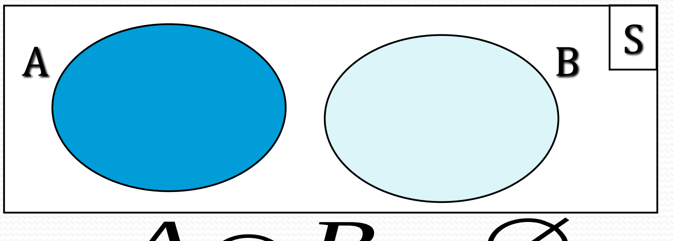
- Paduan dua kejadian A dan B, dilambangkan dengan A ∪ B, adalah kejadian yang mencakup semua unsur anggota A **atau** B **atau** keduanya.
  - Diagram Venn berikut mengilustrasikan A ∪ B.



$$A \cup B = \{ x : x \in A \; atau \; x \in B \}$$

Interaksi Kelompok & Sub-Kelompok

4. Kejadian yang saling meniadakan (*Mutually Exclusive Events*)
   - adalah suatu kejadian yang meniadakan kejadian lain untuk muncul dalam suatu ruang contoh.



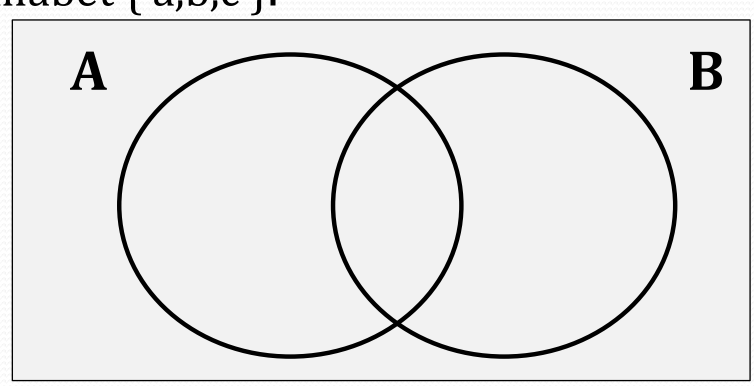
$$A \cap B = \varnothing$$

Table 2.1 Corresponding statements in set theory and probability

Set theory	Probability theory
Space, S	Sample space, sure event
Empty set, $\emptyset$	Impossible event
Elements $a, b, \ldots$	Sample points $a, b, \ldots$ (or simple events)
Sets $A, B, \ldots$	Events $A, B, \ldots$
A	Event A occurs
$\overline{A}$	Event A does not occur
$A \cup B$	At least one of A and B occurs
AB	Both A and B occur
$A \subset B$	A is a subevent of B (i.e. the occurrence of A necessarily implies the occurrence of B)
$AB = \emptyset$	A and B are mutually exclusive (i.e. they cannot occur simultaneously)

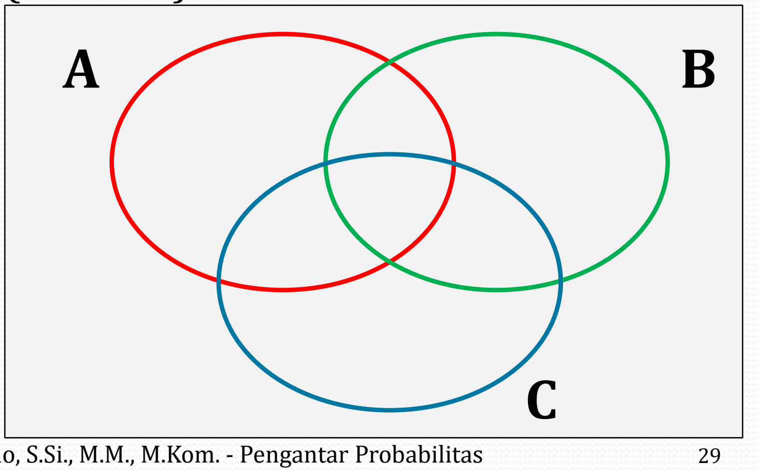
Contoh :

- Jika U = 26 abjad alfabet, A = sub-kelompok huruf vokal { a,i,u,e,o }, dan B = sub-kelompok 3 huruf pertama dari alfabet { a,b,c }.
- Tentukan :
  - A^c
  - B^c
  - $A \cup B$ =
  - $A \cap B$ =



Contoh :

- Jika U = { 1,2,3,4,5,6,7 }, A = { 1,2,3 }, B = { 2,4,6 } & C = { 1,3,5,7 }
- Tentukan :
  - A^c
  - B^c
  - C^c
  - $A \cup B =$
  - $A \cap B =$



Contoh :

- Sebuah perusahaan industri menggolongkan pegawai A, B & C.

  Gol. A = pegawai yg rajin

  Gol. B = pegawai yg sehat

  Gol. C = pegawai yg berpendidikan

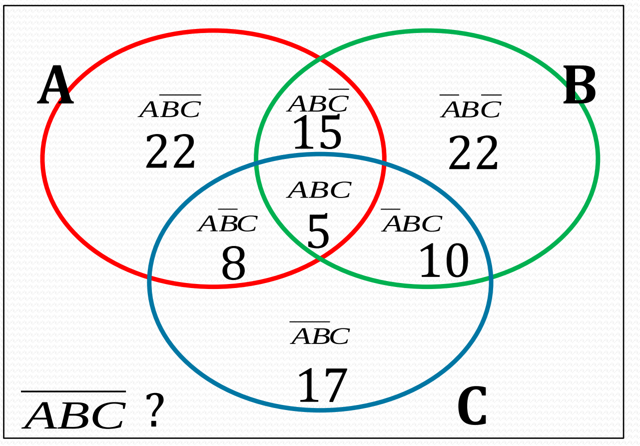
  dan mungkin saja seorang pegawai rajin, sehat dan berpendidikan. Dengan survei 100 orang. Berapa orang yang harus di PHK ? PHK = tidak rajin, tidak sehat & tidak berpendidikan.

Contoh :

- Hasil survei :

Diagram Venn menggambarkan secara sistimatis jumlah pegawai yg termasuk ke dalam suatu golongan saja TANPA pencatatan rangkap

Golongan	Jumlah pegawai
A	50
B	52
C	40
A dan B	20
A dan C	13
B dan C	15
A dan B dan C	5



Haryoso Wicaksono, S.Si., M.M., M.Kom. - Pengantar Probabilitas 31

Solusi :

Golongan	Jumlah pegawai
A	50
B	52
C	40
A dan B	20
A dan C	13
B dan C	15
A dan B dan C	5

Solusi :

$ABC = 5$

$AB\overline{C} = AB - ABC = 20 - 5 = 15$

$A\overline{B}C = AC - ABC = 13 - 5 = 8$

$\overline{A}BC = BC - ABC = 15 - 5 = 10$

$A\overline{BC} = A - (ABC + AB\overline{C} + A\overline{B}C)$

$= 50 - (5 + 15 + 8) = 22$

$\overline{A}B\overline{C} = B - (ABC + AB\overline{C} + \overline{A}BC)$

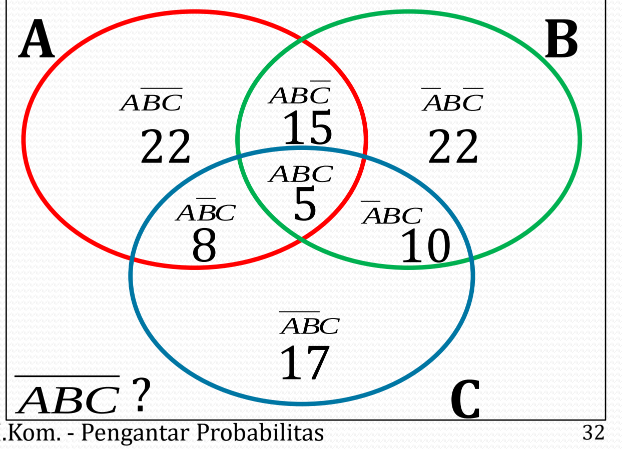
$= 52 - (5 + 15 + 10) = 22$

$\overline{AB}C = C - (ABC + A\overline{B}C + \overline{A}BC)$

$= 40 - (5 + 8 + 10) = 17$

$\overline{ABC} = 100 - (A \cup B \cup C)$

$= 100 - (22+15+22+8+5+ 10+17) = 1$ [PHK]



Haryoso Wicaksono, S.Si., M.M., M.Kom. - Pengantar Probabilitas 32