BAB 1
HIMPUNAN

A. Peranan Matematika dalam Ekonomi

Berbagai kejadian dalam ekonomi saling berhubungan satu dengan yang lainnya, sehingga akan saling memengaruhi antar kejadian tersebut. Sebagai contoh, jika pendapatan seorang individu meningkat, maka pengeluaran untuk konsumsi akan meningkat. Contoh lain, misalkan terjadi kenaikan harga sedangkan pendapatan tetap, maka permintaan akan barang tersebut akan menurun.

Berbagai kejadian ekonomi tersebut dapat dinyatakan dengan perubahan nilai variabel. Variabel ialah sesuatu yang nilainya berubah-ubah, misalkan biaya, harga, kuantitas, pendapatan, dsb. Matematika berperan penting dalam menganalisis berbagai kejadian ekonomi tersebut. Dengan menggunakan matematika sebagai alat analisis, dapat diperoleh hasil analisis yang konkret, mudah untuk dipergunakan sebagai dasar perencanaa, alat pengendalian, dan dasar dalam melakukan evaluasi. Banyak sekali penggunaan matematika di dalam analisis kuantitatif, yaitu analisis yang memberikan hasil berupa angka.

Di dalam statistik ekonomi, matematika berguna untuk hal berikut (Supranto, 2005: 2-3):

1. Memahami rumus-rumus statistika, seperti rumus untuk menghitung jumlah, rata-rata, persentase, dan berbagai nilai koefisien
2. Memahami metode perkiraan, seperti *least square method* dan *maximum likelihood* yang memerlukan pengetahuan mengenai diferensial yang berguna untuk membuat suatu fungsi maksimum atau minimum
3. Memahami teori pengujian hipotesis, dimana diperlukan pengetahuan berbagai fungsi matematika untuk dipergunakan sebagai kriteria dalam pengujian seperti uji F, uji t, ataupun uji chi-square.
4. Memahami konsep nilai harapan yang memerlukan pengetahuan mengenai integral, dalam rangka menghitung rata-rata kerugian yang mungkin akan diderita atau rata-rata keuntungan yang dapat diperoleh

5. Memahami analisis regresi, dalam melihat pengaruh perubahan suatu variabel terhadap variabel lainnya.

Matematika merupakan cabang dari logika yang memberikan suatu kerangka kerja yang sistematis, dimana suatu hubungan secara kuantitatif dapat dipelajari. Namun harus dibedakan antara matematika murni dengan matematika terapan. Matematika murni, definisi atau aksioma dan asumsi dinyatakan secara tepat dengan menggunakan symbol, dan analisis berjalan dengan melalui deduksi guna memperoleh kesimpulan.

Matematika terapan berbeda dengan matematika murni, adapun perbedaannya terletak pada hal-hal berikut: simbol pada matematika murni simbol mewakili konsep yang abstrak, dimana sifat-sifat yang dimilikinya ditentukan dengan definisi; sedangkan pada matematika terapan, kebanyakan simbol dipergunakan mewakili variabel yang dapat dilihat dalam kejadian nyata, sifat-sifat yang dimiliki variabel-variabel ini harus ditentukan dengan observasi langsung, tidak dengan definisi yang sangat abstrak dan dinyatakan secara matematis; Ketelitian empiris dari deduksi dengan menggunakan matematika terapan dapat ditentukan, analisis matematika terapan didasarkan atas definisi dan asumsi yang ditentukan secara empiris dari suatu kesimpulan empiris yang diperoleh melalui deduksi. Analisis matematika murni dan terapan berbeda hanya pada aspek empiris tentang definisi, asumsi dan kesimpulan, tidak pada metode deduksi.

Analisis ekonomi didasarkan pada matematika terapan, hal ini menjadi sebab mengapa matematika perlu dipelajari agar dapat membuat analisis ekonomi secara matematis. Pada analisis ekonomi, deduksi yang diperoleh dengan analisis matematis harus diinterpretasikan dan dilakukan evaluasi secara empiris. Matematika memungkinkan ekonom untuk mendefinisikan variabel-variabel yang relevan secara tepat, asumsi yang dibuat dinyatakan secara jelas, menganalisis secara logis, dan mampu mempelajari pengaruh dari beberapa variabel terhadap satu atau beberapa variabel. Namun, matematika tidak dapat mencegah terjadinya pendefinisian variabel ataupun asumsi yang tidak akurat. Apabila analisis matematis memberikan hasil yang benar tetapi kesimpulannya salah secara empiris, maka definisi dan asumsi harus diteliti lagi untuk ketepatan dan kelengkapannya.

Matematika berkaitan dengan sesuatu yang dapat dihitung atau sesuatu yang dinyatakan dalam bentuk kuantitas (jumlah). Banyak sekali variabel-variabel (konsep) ekonomi yang bisa dikuantifikasikan seperti harga barang, jumlah barang yang diminta dan ditawarkan, jumlah uang beredar, tingkat marjin bagi hasil, pendapatan nasional, tingkat investasi, dan lain sebagainya. Matematika tidak hanya berperan dalam menguantifikasikan variabel-variabel ekonomi, tetapi juga menggali hubungan antara variabel-variabel ekonomi. Hubungan suatu variabel ekonomi dengan variabel-variabel ekonomi yang lain sering dinyatakan dalam bentuk model ekonomi. Oleh karena variabel-variabel ekonomi tersebut dapat dikuantifikasikan maka model ekonomi tersebut dapat dinyatakan dalam bentuk simbol/bentuk/model matematika.

Model merupakan penyederhanaan akan sesuatu yang sebenarnya terjadi. Bagaimana dari bentuk model sederhana tersebut bisa diturunkan dari suatu realitas di lapangan yang sebenarnya kompleks dan rumit. Asumsi-asumsi akan variabel-variabel ekonomi diterapkan untuk menyederhanakan sesuatu yang sebenarnya menjadi model ekonomi. Oleh karena itu, sebuah model pasti berbeda dengan yang sesungguhnya dalam hal ukuran, jumlah sebenarnya, tingkat kerumitan, dan tingkat kesempurnaan. Tetapi model bisa menyajikan apa yang penting dari keadaan sebenarnya. Sebuah model ekonomi merupakan penyederhanaan bentuk hubungan antar variabel ekonomi dari dunia nyata. Dalam konteks matematika ekonomi, model ekonomi merupakan himpunan matematik antar variabel-variabel ekonomi (Widodo, 2005: 2).

Terdapat banyak variabel ekonomi yang dapat diukur. Angka menunjukkan jumlah, sehingga dalam kerangka bilangan terdapat kemungkinan untuk menggunakan matematika sebagai sebuah alat untuk pembuatan model dalam ilmu ekonomi. Misalkan dalam teori keseimbangan pasar, terdapat keterkaitan antara tingkat harga dengan jumlah barang di pasar. Kata “jumlah” berkaitan dengan berapa banyak jumlah barang yang diperjualbelikan di pasar seperti pakaian, makanan, dan lain sebagainya. Produk-produk tersebut memiliki kardinalitas yang berarti dapat meletakkan sembarang angka pada jumlah yang kita amati. Ordinalitas juga merupakan salah satu sifat dari angka yang menunjukkan urutan sesuatu.

B. Pengertian Himpunan/Kumpulan (*Set*)

Dalam mempelajari matematika hal mendasar yang harus dipelajari terlebih dahulu ialah himpunan/kumpulan (*set*). Karena inilah pengetahuan mendasar dalam matematika yang turut memengaruhi dalam matematika ekonomi lebih lanjut. Segala sesuatu dalam alam dan alam hidup manusia terdiri atas himpunan/kumpulan (*set*).

Suatu himpunan/kumpulan (*set*) diartikan sebagai kumpulan atau kelompok suatu objek atau unsur yang dirumuskan secara tegas dan dapat dibeda-bedakan (Assauri, 2009: 1). Dengan kata lain, suatu objek yang dapat dikelompokkan atau dikumpulkan secara tegas ialah suatu himpunan (*set*)

Objek atau anggota-anggota himpunan/kumpulan (*set*) tersebut dinamakan unsur atau elemen. Notasi atau tanda dari suatu himpunan/*set* adalah dua kurung kurawal. Anggota-anggota atau unsur-unsur himpunan/*set* berada di dalam kurung tersebut.

Contoh:

Suatu himpunan (*set*) tiga kota besar di Sumatera yaitu Medan, Palembang dan Pekanbaru. Jadi: K = {Medan, Palembang, Pekanbaru}.

Atau:

Suatu himpunan (*set*) tiga ibukota negara ASEAN, yaitu Jakarta, Kuala Lumpur dan Bangkok. Jadi: I = {Jakarta, Kuala Lumpur, Bangkok}.

Atau

Suatu himpunan (*set*) mata dari sebuah dadu yang memiliki mata dadu sebagai berikut 1,2,3,4,5 dan 6. Jadi S = {1,2,3,4,5,6}.

Tiap objek yang secara kolektif membentuk suatu himpunan (*set*) disebut unsur atau elemen. Dengan demikian, tiap unsur/elemen merupakan anggota dari himpunan (*set*) tersebut. Misalnya saja x adalah suatu objek atau unsur, sedangkan S merupakan satu himpunan (*set*) dimana x tersebut menjadi anggotanya, maka x merupakan *anggota himpunan* (*set*) S, yang di dalam matematika dinyatakan dengan notasi: $x \in S$ yang artinya x merupakan unsur/elemen himpunan S. Sebaliknya, bila A *bukan merupakan* anggota himpunan (*set*) S, di dalam matematika dinyatakan dengan notasi: $A \notin S$ yang artinya, A bukan merupakan unsur/elemen himpunan S.

Dari contoh di atas, Didapatkan bahwa Surabaya bukan merupakan anggota atau unsur dari himpunan K (kota besar di Sumatera), jadi Surabaya $\notin$ K, karena Surabaya bukan merupakan kota besar yang terdapat di Sumatera melainkan terdapat di Jawa. Sedangkan kota Medan merupakan unsur himpunan K, atau dengan kata lain Medan $\in$ K, hal ini karena Medan merupakan kota besar yang terdapat di Sumatera.

Atau, dengan contoh lain di atas diketahui bahwa Tokyo bukan merupakan anggota atau unsur dari himpunan I, jadi Tokyo $\notin$ I, Tokyo merupakan ibukota dari negara Jepang yang tidak menjadi anggota ASEAN. Sedangkan Jakarta merupakan unsur himpunan I, atau dengan bahasa matematika dapat dituliskan dengan Jakarta $\in$ I, karena Jakarta merupakan ibukota salah satu negara ASEAN yaitu Indonesia.

Berdasarkan contoh lain di atas didapatkan bahwa 8 bukan merupakan anggota atau unsur dari himpunan (*set*) S. Jadi 8 $\notin$ S. Di lain pihak 4 merupakan unsur himpunan S, sehingga 4 $\in$ S. Himpunan (*set*) S = {1,2,3,4,5,6} adalah himpunan yang terdiri dari 6 unsur atau elemen. Sementara itu, himpunan (*set*) A = {4} adalah himpunan yang terdiri dari satu unsur/elemen.

Suatu himpunan (*set*) dengan tidak ada unsur/elemen di dalamnya disebut *himpunan kosong (null set = empty set)*. Notasi dari himpunan kosong (*null set*) adalah Ø.

Contoh:

$$A = \emptyset = \{x \in \mathbb{R} \mid x \text{ memenuhi } x^2 + 1 = 0\}$$

Karena tidak akan pernah ditemukan x^2+1 tersebut memiliki hasil sama dengan 0, maka himpunan A ialah himpunan kosong.

Contoh:

Suatu kelompok terdiri dari 3 atlet yang berprofesi sebagai pebasket. Maka, kita peroleh suatu himpunan (*set*) yang terdiri dari 3 unsur/elemen. Jika kita ambil hanya satu atlet yang sebagai pebasket, maka terdapat satu himpunan/*set* dengan satu elemen/unsur. Sementara itu, apabila kita ingin mendapatkan atlet yang berprofesi sebagai pesepakbola dari himpunan (set) tersebut, maka kita peroleh suatu himpunan (*set*) dengan tanpa elemen/unsur atau himpunan kosong (*null set*) yaitu Ø.

Contoh:

P = {x : x bilangan ganjil yang merupakan kuadrat dari bilangan genap}

P = Ø

P merupakan suatu himpunan kosong karena tidak akan pernah ditemui suatu bilangan ganjil yang merupakan kuadrat dari bilangan genap.

Apabila kita mempunyai satu himpunan (*set*) yaitu S = {-1,0,1}, akan didapatkan $0 \in S$. Sedangkan $2 \notin S$. Dalam hal ini: {0} adalah suatu himpunan (*set*) tanpa unsur/elemen.

1. Cara Penulisan Suatu Himpunan (*Set*)

Himpunan (*set*) pada umumnya ditandai/dilambangkan dengan huruf besar seperti A, B, C, P, R, S, M, N. Penulisan dari himpunan (*set*) tersebut dapat dilakukan dengan dua cara, yaitu:

a. Cara Daftar (*Raster Method*)

Semua unsur/elemen himpunan (*set*) ditulis atau dinyatakan di antara tanda kurawal. Misalnya: suatu himpunan (*set*) S yang terdiri dari bilangan 1, 2,...,10, maka dapat ditulis sebagai:

S = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10}.

Contoh:

Suatu himpunan (*set*) mahasiswa yang mendapatkan nilai A pada mata kuliah matematika yaitu Ani, Umar, Widya, Hasan dan Husin, maka dapat ditulis sebagai: N = {Ani, Umar, Widya, Hasan, Husin}.

Atau:

Suatu himpunan (*set*) mahasiswa yang mendapatkan beasiswa untuk melanjutkan ke jenjang S2 ialah Arif, Yudhi, Lia, Zahra dan Endra, maka dapat dituliskan sebagai B = {Arif, Yudhi, Lia, Zahra, Endra}.

b. Cara Kaidah (*Rule Method*)

Syarat atau ketentuan yang harus dipenuhi oleh *set*iap objek agar dapat dinyatakan sebagai unsur/elemen himpunan (*set*) tersebut ditulis atau dinyatakan diantara tanda kurawal.

Dari contoh pertama pada metode Raster di atas dapat ditulis dengan cara kedua, yaitu:

S = {x : x ialah bilangan bulat dan $1 \leq x \leq 10$}.

Sedangkan, dari contoh kedua di atas dapat ditulis dengan cara kedua, yaitu:

N = {x : x mahasiswa yang mendapatkan nilai A pd matkul Matematika}.

Kemudian untuk contoh ketiga dapat dituliskan yaitu:

B = {x: x mahasiswa mendapatkan beasiswa S2}.

Perincian di atas berarti S, N dan B ialah himpunan (*set*) yang terdiri dari semua unsur/elemen x sedemikian rupa sehingga x menyatakan syarat-syarat/ketentuan-ketentuan yang harus dipenuhi objek x agar dapat merupakan unsur/elemen himpunan (*set*) S atau N atau B.

Contoh:

Apabila T = {1, 2, 3, 4, 5, 6} dan S merupakan himpunan yang terdiri dari angka-angka kuadrat dari unsur T, maka perincian S menjadi:

S = {1, 4, 9, 16, 25, 36}

Atau S = {x^2 : x merupakan unsur dari T}.

Contoh

Apabila K = {1, 3, 5, 7} dan L merupakan himpunan yang terdiri dari angka-angka pangkat tiga dari unsur K, maka perincian L menjadi:

L = { 1, 27, 125, 343}

Atau L = {x^3: x merupakan unsur dari K}

Contoh:

Jika V = {a, e, i, o, u} di mana himpunan V merupakan himpunan yang terdiri dari 5 huruf hidup, maka perincian atau penulisan himpunan V dengan menggunakan metode kaidah menjadi:

V = {x : x ialah huruf hidup dari 26 alpabet}

Bila M = {x : c adalah huruf abjad (alpabet)}

Maka V = {x : x ialah huruf hidup dari M}

Cara daftar merupakan cara yang paling sederhana guna memperinci himpunan (*set*). Apabila jumlah unsur elemen yang terdapat dalam himpunan (*set*) sangat besar atau banyak sekali, penggunaan *cara daftar* tidak lagi sederhana atau efisien. Misalkan kita mau membuat daftar mahasiswa yang memilih tinggal di tempat kost pada suatu perguruan tinggi negeri yang jumlah mahasiswanya bisa lebih dari 10.000 orang, maka dalam hal seperti ini, penggunaan *cara kaidah* akan lebih sederhana/efisien dibandingkan dengan metode daftar atau Raster.

2. Subhimpunan (Sub-*set*)

Seluruh objek yang dibahas atau ditinjau dalam suatu permasalahan membentuk suatu himpunan yang besar dan tetap. Himpunan itu disebut *himpunan universal* (himpunan semesta). Notasi dari himpunan universal dinyatakan dengan U. Dari himpunan universal dapat dibentuk himpunan-himpunan yang terdiri dari unsur atau unsur-unsur yang merupakan unsur dari himpunan universal. Himpunan yang demikian ini dinamakan *subhimpunan (sub-set/himpunan bagian)*.

Jadi suatu subhimpunan (sub-*set*) adalah suatu himpunan yang beranggotakan satu objek atau beberapa objek. Hal ini merupakan unsur atau unsur-unsur dari suatu himpunan atau himpunan universal.

Apabila himpunan A merupakan subhimpunan dari himpunan B, *set*iap unsur dari himpunan A juga merupakan unsur dari himpunan B. Notasi yang menyatakan bahwa himpunan T merupakan subhimpunan dari himpunan U ditantai dengan $A \subset B$.

Contoh:

Bila A ={d, e, f}; R = {1, 2, 3}

Dan B ={x : x adalah huruf abjad atau alpabet} maka $A \subset B$. Suatu himpunan R bukan merupakan subhimpunan (sub-*set*) dari himpunan B. Apabila unsur dari himpunan R bukan merupakan unsur dari himpunan B. Notasi yang menyatakan bahwa himpunan R bukan merupakan subhimpunan dari himpunan B ditandai dengan: $R \not\subset B$.

Contoh:

M = {a, e, i, o, u}

N = {x : x adalah bilangan bulat dan $1 \leq x \leq 10$}

Maka $M \not\subset N$.

Contoh lain:

P = {a, b, c, d}

Q = {x : x adalah bilangan bulat dan $1 \leq x \leq 100$}

R = {x : x adalah bilangan bulat genap $1 \leq x \leq 100$}

Maka: $P \not\subset Q$

$R \subset Q$

Dalam pembahasan subhimpunan, perlu kita perhatikan bahwa himpunan kosong (*null set*) dianggap pula subhimpunan (*set-set*) dari himpunan semula (himpunan kosong merupakan subhimpunan dari semua himpunan).

Jadi $\emptyset \subset P$ atau $\emptyset \subset Q$

Dengan dasar ini, suatu himpunan yang terdiri dari unsur himpunan semula dianggap juga sebagai subhimpunan (sub-*set*) dari himpunan semula ($S \subset S$).

Jadi bila S {a, b, c, d}

Maka $S \subset P$

Suatu himpunan (*set*) yang terdiri dari n unsur/elemen dapat dibentuk sebanyak 2" subhimpunan (sub-*set*). Pembentukan subhimpunan dari himpunan semula disebut *partisi himpunan (partition of set)*.

Hubungan himpunan dengan sub-subhimpunan tersebut merupakan persoalan cakupan himpunan (*set inclusion*). Dalam hal ini suatu himpunan tertentu merupakan subhimpunan dari himpunan yang lain.

Dua buah himpunan yaitu S_1 dan S_2 adalah sama bila kedua himpunan tersebut mempunyai unsur-unsur/elemen-elemen yang sama. Kita nyatakan dengan $S_1 = S_2$ bila $S_1 \subset S_2$ dan $S_2 \subset S_1$.

Apabila salah satu dari kedua himpunan tersebut memiliki unsur yang tidak terdapat dalam himpunan lainnya, kedua himpunan tersebut tidak sama, dan kita nyatakan dengan: $S_1 \neq S_2$

S_i dikatakan tercakup atau terkandung dalam S, atau S_i adalah subhimpunan (*sub-set*) dari S, yaitu $S_i \subset S$. Apabila S terdiri dari sekurang-kurangnya satu unsur yang tidak terdapat dalam S_i. Maka dalam hal ini $S_i \subset S$ dan $S_i \neq S$, dinamakan subhimpunan sejati atau subhimpunan sendiri (*proper sub-set*) dari S.

Apabila dikatakan himpunan dari semua bilangan bulat yaitu bilangan bulat positif, Ø dan negatif atau himpunan dari semua bilangan bulat positif atau bilangan alam, maupun himpunan dari semua bilangan rasionil, himpunan-himpunan ini merupakan himpunan yang tidak terhingga (*infinite set*). Anggota himpunan terdiri dari unsur yang tidak terhingga banyaknya. Di samping itu, terdapat himpunan yang anggotanya terdiri dari satu unsur yang disebut himpunan tunggal. Selanjutnya, himpunan yang tidak ada (nol) anggotanya yang disebut himpunan kosong atau himpunan nol (*null set*) yang ditantai dengan Ø.

Jika S adalah suatu himpunan tertentu, maka Ø ⊂ S.

Dalam hal ini, jika Ø ⊂ S adalah tidak benar, berarti Ø harus mempunyai suatu elemen/unsur yang tidak merupakan elemen/unsur dalam S. Akan tetapi, Ø tidak mempunyai elemen/unsur, sehingga Ø ⊂ S adalah benar. Selain itu, perlu pula diketahui bahwa Ø adalah unik (*unique*). Apabila Ø tidak unik, maka jika suatu himpunan kosong/nol (*null set*) Δ, tentunya Δ ≠ Ø. Ini berarti Δ harus berisi suatu unsur/elemen yang tidak terdapat dalam Ø. Akan tetapi, hal ini bertentangan atau kontradiksi bagi himpunan kosong Δ untuk berisi suatu unsur/elemen. Oleh karena itu Δ = Ø sehingga himpunan kosong (*null set*) adalah unik (*unique*). Cara lain untuk menggambarkan keunikan (*uniqueness*) adalah dengan menyatakan Ø dan Δ adalah dua himpunan yang kosong (*null set*). Dalam hal ini kita melihat bahwa Ø ⊂ Δ dan Δ ⊂ Ø. dengan ketentuan atau definisi kesamaan/identik dua buah himpunan, maka Ø = Δ. Dengan demikian, Ø atau himpunan kosong (*null set*) adalah unik (*unique*).

Misalkan A adalah suatu himpunan yang terdiri dari mahasiswa baru suatu fakultas. Sementara itu, B adalah himpunan dari mahasiswa baru dan mahasiswa tingkat akhir dari fakultas tersebut, dan C adalah himpunan dari seluruh mahasiswa pada fakultas itu. Maka:

A ⊂ B dan B ⊂ C serta A ⊂ C

Dari uraian dalam subhimpunan di atas dapatlah kita perhatikan beberapa hal:

A ⊂ A	adalah cakupan himpunan (*set inclusion*) yaitu bayangan dirinya (*reflexive*).
A ⊂ B dan B ⊂ A	tidaklah dapat berlaku serentak atau simultan (catatan: bila A ⊂ B dan B < A, berarti A ⊂ = B). Dengan demikian, cakupan himpunan (*set inclusion*) adalah tidak simetris (*antisymetric*).
A ⊂ B dan B ⊂ C	maka A ⊂ C, ini berarti cakupan himpunan (*set inclusion*) adalah transitif (*transitive*).

Bandingkan syarat-syarat atau ketentuan cakupan himpunan (*set inclusion*) dengan persamaan himpunan *set equivalence.*

A = A	adalah persamaan himpunan (*set equivalence*) yang merupakan bayangan dirinya (*reflexive*).

A = B maka B = A	yang berarti persamaan himpunan (*set equivalence*) adalah simetris.
A = B; B = C maka A = C	yang berarti bahwa persamaan himpunan (*set equivalence*) adalah transitif.

C. Operasi Himpunan

Dalam analisis himpunan, perlu diperhatikan himpunan yang besar dan tetap. Himpunan ini beranggotakan seluruh objek yang dibicarakan sebagai unsurnya. Himpunan ini disebut himpunan universal (*universal set*), yang dinyatakan dengan notasi/tanda U.

1. Komplemen (*Complement*)

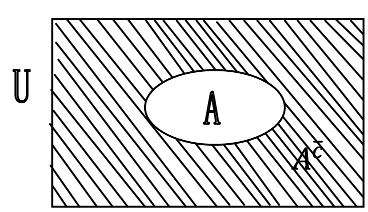
Seperti telah diuraikan sebelumnya bahwa suatu himpunan terdiri dari unsur yang juga merupakan unsur dari himpunan universal dan disebut subhimpunan (*sub-set*).

Komplemen dari himpunan tersebut adalah himpunan objek. Himpunan itu tidak merupakan unsur dari himpunan itu, tetapi merupakan unsur dari himpunan universalnya. Dengan kata lain: komplemen dari himpunan (*set*) A adalah himpunan yang terdiri dari unsur-unsur yang terdapat dalam himpunan universal U, tetapi tidak merupakan unsur dari himpunan A. Jadi, komplemen dari himpunan A merupakan subhimpunan yang lain dari A, tetapi merupakan pelengkap dalam himpunan universal U. Notasi atau tanda komplemen dari himpunan.

$A\ adalah\ A^c\ atau\ \frac{A'}{A}$

$A\ atau\ A' = \{x \in U : x \notin A\}$

Komplemen dari himpunan A ini dapat ditunjukkan dengan *menggunakan* gambar visual yang disebut diagram venn.



Gambar 1.1. Diagram Venn Menunjukkan Hubungan antara U, A dan A^c

Diagram Venn dimaksudkan untuk memudahkan memberi gambaran secara sistematis tentang hubungan-hubungan antar subhimpunan dalam suatu himpunan universal. Dalam diagram Venn, himpunan universal U ditunjukan dengan gambaran persegi panjang dan himpunan A dengan gambaran lingkaran Dilihat dari perumusan maka subhimpunan A^c adalah:

$A^c \;\; atau\, A' = \; U - A$

Contoh 1:

P = {x: x adalah huruf abjad atau alphabet}

Q = {d, e, f, g}

R = (a, e, i, u, o} atau N = {x: x adalah huruf vokal}

maka, Q^c = {a, b, c, h, …, z}

dan R^c = {x: x adalah huruf konsonan}

Contoh:

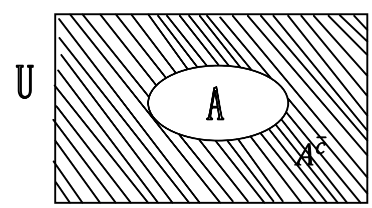
S = {a, c, e, 2, 4, 6}

S_1 = {c, 4}

S_2 = {a, c, e}

maka, S_1^c = {a, e, 2, 6}

dan S_2^c = {2, 4, 6}



Contoh:

J = {x : x adalah mahasiswa Uhamka}

K = {x: x adalah mahasiswa laki-laki Uhamka}

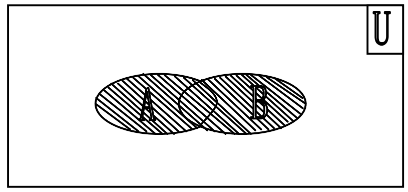
Maka, K^c = {x: x adalah mahasiswi perempuan Uhamka}

2. Gabungan (*Union*)

Gabungan (*union*) dari dua buah himpunan adalah himpunan yang terdiri dari unsur-unsur. Unsur-unsurnya adalah yang paling sedikit dalam salah satu himpunan atau kedua-duanya. Dengan kata lain, *gabungan (union)* dari dua buah himpunan A dan B adalah himpunan-himpunan A atau B atau kedua-duanya. Notasi atau tanda gabungan (*union*) dari dua buah himpunan-himpunan A dan B dinyatakan dengan $A \cup B$. Perinciannya adalah:

$A \cup B = \{x : x \in A \; atau \; x \in B\}$

Gabungan (*union*) dari dua buah himpunan A dan B ditunjukkan dengan gambar dalam diagram Venn, seperti dapat dilihat pada Gambar 1.2.



Gambar 1.2. Diagram Venn yang menunjukkan Union dari himpuan A dan B

Sebenarnya operasi himpunan dengan gabungan (*union*) ini mengikuti asas penjumlahan, yaitu $A \cup B = A + B$

Contoh:

A = {2, 4, 6, 8}

B = {1, 3, 5, 7}

C = {8, 9, 10, 11}

maka $A \cup B$ = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8}

dan $A \cup C$ = {2, 4, 6, 8, 9, 10, 11}

dan $B \cup C$ = {1, 3, 5, 7, 8, 9, 10, 11}

Contoh:

D = { Amir, Abu, Umar, dan Syahid}

E = {Ani, Putri, Yuni, dan Maryam}

Maka $D \cup E$ = {Amir, Abu, Umar, Syahid, Ani, Putri, Yuni, Maryam}

Sedangkan gabungan (*union*) dari tiga buah himpunan A, B, dan C merupakan:

$$A \cup B \cup C = \{x: x \in A \; atau \; x \in B \; atau \; x \in C\}$$

Dengan contoh di atas , maka

$$A \cup B \cup C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11\}$$

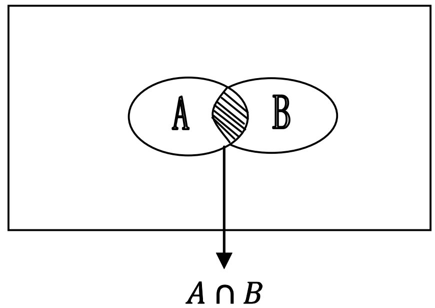
3. Interseksi (*Intersection*)

Interseksi (*intersection/irisan*) dari dua buah himpunan adalah himpunan yang terdiri dari unsur yang menjadi anggota, baik dari himpunan yang satu maupun dari himpunan lainnya. Interseksi (*intersection*) dari dua buah himpunan A dan B adalah himpunan objek yang merupakan unsur sekaligus atau serentak dari himpunan-himpunan A dan B. Jadi, interseksi dari dua buah himpunan A dan B merupakan subhimpunan yang sekaligus, baik dari himpunan A maupun B. Notasi atau tanda yang menyatakan interseksi dari dua buah himpunan adalah $\cap$. Dengan demikian, interseksi dari himpunan-himpunan A dan B dinyatakan dengan A $\cap$ B.

Persamaannya adalah:

$A \cap B = \{x : x \in A \; dan \; x \in B\}$

Interseksi dari dua buah himpunan A dan B dapat ditunjukkan dengan gambar dalam diagram Venn, seperti dapat dilihat pada Gambar 1.3.



Gambar 1.3. Diagram Venn yang menunjukkan Interseksi dari Himpunan-himpunan A dan B

Sebenarnya operasi himpunan dengan interseksi ini mengikuti asas perkalian, yaitu: $A \cap B = A \, x \, B$

Contoh:

A = {2, 4, 6, 8}

B = {1, 2, 3, 4}

C = {5, 6, 7, 8}

maka, $A \cap B$ = {2, 4}

$A \cap C$ = {6, 8}

$B \cap C$ = Ø

Sedangkan interseksi dari tiga buah himpunan A, B, dan C merupakan:

$A \cap B \cap C$ = {x: $x \in A \; dan \; x \in B \; dan \; x \in C$}

maka, $A \cap B \cap C$ = Ø

Contoh:

D = {a, i, u, e, o}

E = {a, b, c, d, e}

F = {e, f, g, h, i}

maka, $D \cap E$ = {a, e}

$D \cap F$ = {e, i}

$E \cap F$ = {e}

$D \cap E \cap F$ = {e}

Contoh:

G = {a, 1, b, 2, c, 3}

H = {a, b, c, d, e}

I = {1, 2, 3, 4, c, d, e}

Maka:

$G \cap H$ = {a, b, c}

$G \cap I$ = {1, 2, 3, c}

$H \cap I$ = {c, d, e}

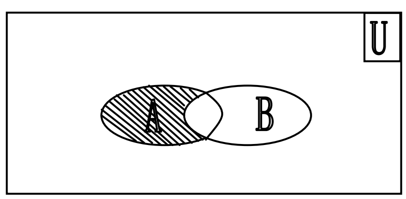
$G \cap H \cap I$ = {c}

4. Selisih Himpunan (*Set Difference*)

Selisih (*difference*) dari dua buah himpunan adalah himpunan (*set*) yang anggota-anggotanya terdiri dari unsur-unsur himpunan pertama, tetapi yang bukan merupakan unsur himpunan kedua. Dengan kata lain, selisih (*difference*) dari dua buah himpunan A dan B adalah himpunan dari objek yang merupakan unsur dari himpunan A. Akan tetapi, himpunan ini tidak merupakan unsur dari himpunan B. Notasi dan tanda selisih (*difference*) dari dua buah himpunan A dan B adalah A – B, dengan perincian:

$$A - B = \{x : \in A \; dan \; x \; \notin B\}$$

Selisih (*difference*) dari himpunan-himpunan A dan B dapat ditunjukkan dengan gambar dalam diagram Venn, seperti dapat dilihat pada gambar berikut.



Gambar 1.4. diagram Venn yang Menunjukkan Selisih (Difference) dari Himpunan A dan B

Contoh:

A = {2, 4, 6, 8, 10}

B = (1, 2, 3, a, b, c}

C = {8, 9, 10, c, d, e}

maka A – B = {4, 6, 8, 10}

A – C = {2, 4, 6}

B – C = {1, 2, 3, a, b}

B – A = {1, 3, a, b, c}

C – A = {9, c, d, e}

C – B = {8, 9, 10, d, e}

Contoh:

E = {x: x adalah huruf abjad atau alphabet}

F = {x: x adalah huruf hidup}

G = {x: x adalah a, b, c, d, e, f}

Maka, E – F = {x: x adalah huruf konsonan}

E – G = {x: x adalah huruf abjad dan bukan a, b, c, d, e, f}

F – G = {x: x adalah i, o, u}

G – F = {x: x adalah b, c, d, f}

D. Hasil Kali Cartesian (*Cartesian Product*)

1. Kalimat Matematik

Dalam suatu persamaan, misalnya suatu variabel ditambah dengan empat sama dengan tujuh. Persamaan ini dapat ditulis dengan kalimat atau bahasa matematik yaitu:

X + 4 = 7

Maka, pemecahan persamaan ini adalah variabel x = 3. Hal ini juga dapat kita temui dalam himpunan (*set*).

Misalkan suatu himpunan S adalah:

S = {0, 1, 2……10}

Dan x ∈ S. Apabila kita ingin mencari x > 4, himpunannya akan menjadi

$$\{x \in S : x > 4\} = \{5, 6, 7, 8, 9, 10\}$$

Cara membacanya adalah himpunan dari seluruh x yang merupakan unsur dari himpunan S yang mempunyai nilai x > 4.

Contoh:

K = {2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10}

Dan x ∈ K. Apabila kita ingin mencari x merupakan bilangan ganjil, himpunannya akan menjadi:

$$\{x \in S : x\ ialah\ bilang\ ganjil\} = \{3, 5, 7, 9\}$$

Contoh lain:

$\{x \in S : x + 4 = 7\} = \{3\}$

Cara membacanya adalah himpunan dari seluruh x ∈ S yang memenuhi x+4 = 7.

Dari uraian ini telah diperoleh himpunan-himpunan baru (subhimpunan) dengan menggunakan suatu kalimat matematis. Aksioma yang ditemui dalam hal ini adalah = bila telah diketahui suatu himpunan A maka kita dapat memperoleh himpunan B yang unsur-unsurnya akan memenuhi syarat-syarat S (x).

Dalam hal ini, S (x) menyatakan suatu kalimat matematis. Jadi, jika A = 4, 5, 6 dan S (x) adalah yang memenuhi syarat atau keadaan x > 4, maka hasilnya:

$$x \in A : \{x > 4\} = \{5, 6\} = B$$

Juga

$$x \in A : \{x > 5\} = \{6\} = B$$

Dan

$$x \in A : \{x > 6\} = \{\,\} = B = \emptyset$$

Dengan demikian operasi himpunan (*set operation*) yang menggunakan konsep ini adalah:

$$S = S_1 \cup S_2 = \{x : x \in S_1 atau\ x \in S_2\}$$
$$S = S_1 \cup S_2 = \{x : x \in S_1 dan\ x \in S_2\}$$
$$S = S_1 - S_2 = \{x : x \in S_1\ dan\ x \notin S_2\}$$
$$S_1 = S - S_2 = \{x : x \in S\ dan\ x \notin S_2\}$$

2. Pasangan yang berurut (*Ordered Pairs*) dan Hasil Kali Cartesius (*Cartesian Product*)

Dengan konsep kalimat matematis dan pasangan yang berurut, dapat merumuskan konsep hubungan (*relation*) yang akan mendasari konsep dari suatu fungsi. Dinyatakan bahwa {a, b} adalah suatu himpunan dari dua unsur. Diketahui pula bahwa:

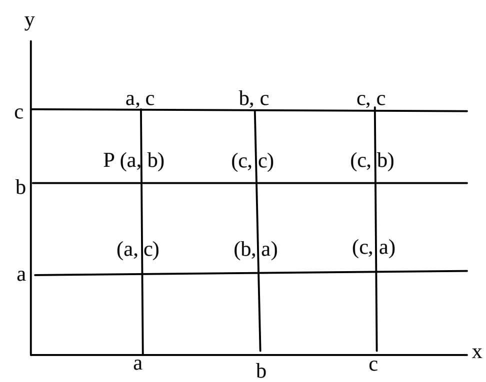
{a,b} = {b,a}

Yaitu dua buah himpunan yang sama (*equivalent*) dan susunan dari unsur-unsur tidak sama. Apabila kelompok dari dua unsur bersama-sama dalam suatu susunan tertentu, dicatat (a, b). Kelompok ini disebut pasangan unsur-unsur yang berurut (*the ordered pair*), di mana himpunan {a, a} sebenarnya adalah menjadi himpunan {a}.

Sedangkan dalam pasangan yang berurut ini, terlibat (a,b) ≠ c (b, a) jika a ≠ b.

Hal ini dapat digambarkan dengan menggunakan suatu grafik. Pada Gambar 1.5. terlihat ada tiga titik yang terdapat pada sumbu horizontal dan sumbu vertikal. Pasangan berurut (a, b) ditentukan sebagai titik P dan (b, a) sebagai titik Q. Dengan demikian, akan diperoleh pasangan-pasangan berurut dari angka (x, y) yang digambarkan sebagai suatu titik dalam bidang datar.

Dalam penggambaran tersebut, angka pertama x yang ditemui disebut x koordinat dan angka kedua disebut y koordinat (atau x adalah absis dan y adalah ordinat).



Gambar 1.5.

Dalam suatu himpunan tertentu:

S = {1, 2, 3}

maka, timbul pertanyaan beberapa banyak pasangan berurut yang dapat diperoleh dari himpunan S. Untuk menjawab pertanyaan ini kita dapat lakukan dengan pendekatan sebagai berikut.

Terdapat dua tempat dalam suatu pasangan yang berurut. Jika mempunyai tiga unsur atau elemen, didapatkan tiga pilihan di tempat pertama. Demikian pula halnya dengan tempat kedua, terdapat tiga pilihan. Dengan begitu, terdapat jumlah $3 \times 3 = 3^2 = 9$ pasangan yang berurut (*ordered pairs*). Hal ini dapat digambarkan dalam diagram sebagai berikut:

Tempat pertama	*Tempat kedua*	*Pasangan yang tersusun*
	1	(1, 1)
1	2	(1, 2)
	3	(1, 3)
	1	(2, 1)
2	2	(2, 2)
	3	(2, 3)
	1	(3, 1)
3	2	(3, 2)
	3	(3, 3)

Dengan S_1 = {1, 2, 3} dan S_2 ={4, 5}, maka berapa banyak pasangan berurut (x,y) yang dapat diperoleh di mana x merupakan anggota S_1 dan y anggota S_2? Dalam hal ini terdapat tiga pilihan untuk tempat pertama dan dua pilihan untuk tempat kedua, sehingga ada 3 x 2 = 6 pasangan yang berurut. Hal ini digambarkan sebagai berikut:

Tempat I	*Tempat II*	*Pasangan yang tersusun*
	4	(1, 4)
1		
	5	(1, 5)
	4	(2, 4)
2		
	5	(2, 5)
	4	(3, 4)
3		
	5	(3, 5)

Umumnya, bila S_1 mempunyai *n* unsur dan S_2 mempunyani *m* unsur, dapat membentuk *m x n* pasangan yang berurut. Dalam contoh di atas, keenam pasangan tersusun yang diperoleh akan membentuk suatu himpunan di mana *set*iap pasangan yang berurut merupakan satu unsur atau elemen.

Himpunan dari pasangan yang berurut (*set of ordered pairs*) tersebut dinyatakan dengan:

$S_1 \times S_2 = \{(x, y) : x \in S_1 \text{ dan } y \in S_2\}$

S_1 x S_2 adalah himpunan dari pasangan yang berurut (x, y) dengan koordinat pertama x dari anggota S_1 dan koordinat kedua y dari anggota S_2.

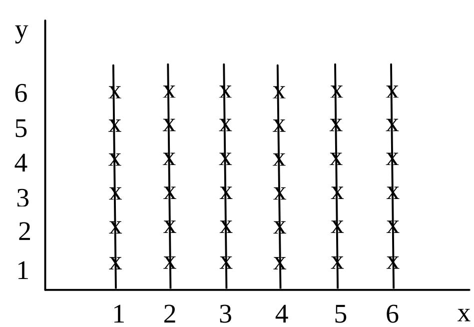
Pada umumnya, bila kita mempunyai dua himpunan A dan B, maka himpunan dari seluruh pasangan yang berurut (x, y), dapat diperoleh dari A dan B, di mana $x \in A$ dan $y \in B$, dinyatakan dengan $A \times B = \{(x, y) : x \in A \text{ dan } y \in B\}$. Himpunan ini disebut hasil kali cartesius (*cartesian product*) dari A dan B atau Himpunan Cartesius (*cartesian set*) dari A dan B dan dinyatakan dengan $A\ x\ B$.

Seperti pada uraian terdahulu, terlihat bahwa pasangan yang berurut (*ordered pairs*) ditunjukkan sebagai suatu titik dalam grafik. Hasil kali cartesius dapat juga digambarkan secara grafik. Sebagai contoh misalnya himpunan mata dadu:

A = {1, 2, 3, 4, 5, 6}

A merupakan himpunan hasil yang mungkin (*posibble outcomes*) bila sebuah dadu dilempar. Hasil kali cartesian A x A dapat digambarkan seperti pada Gambar 1.6. Dalam hal ini terdapat 6 x 6 = 6^2 = 36 pasangan yang tersusun. Jadi pernyataan A x A adalah himpunan dari 36 hasil yang mungkin (*posibble outcmes*), bila sebuah dadu dilempar dua kali.

Jika A adalah himpunan dari seluruh titik pada suatu garis sumbu, maka, A x A merupakan himpunan dari seluruh pasangan yang tersusun pada bidang datar atau dengan perkataan lain seluruh bidang datar. Jadi, hasil kali cartesius (*cartesian product*) A x A atau A^2 apabila digambarkan terdapat dalam bidang datar yang berdimensi dua.



Gambar 1.6. Hasil Kali Cartesian Dua Buah Dadu dilempar

Terdapat kemungkinan untuk memperluas pasangan yang berurut dengan lebih dari dua unsur atau elemen. Dalam hal ini terdapat pasangan yang berurut tiga (*ordered triples*) untuk tiga unsur dan pasangan yang berurut empat (*ordered guadruples*). Jika digambarkan bahwa hasil kali cartesius (*cartesian product*) A x A x A atau A^3, akan terdapat pada bidang yang berdimensi tiga.

Sebagai contoh, himpunan S = {1, 2}. Dari himpunan ini didapatkan pasangan yang berurut tiga sebanyak dua pilihan untuk tempat pertama. Selanjutnya, dua pilihan untuk tempat kedua dan dua pilihan untuk tempat ketiga, atau 2 x 2 x 2 = 2^3 = 8. Hal ini digambarkan sebagai berikut:

Tempat I	*Tempat II*	*Tempat III*	*Pasangan yang tersusun*
		1	(1, 1, 1)
	1	2	(1, 1, 2)
1		1	(1, 2, 1)
	2	2	(1, 2, 2)
		1	(2, 1, 1)
	1	2	(2, 1, 2)
2		1	(2, 1, 1)
	2	2	(2, 2, 2)

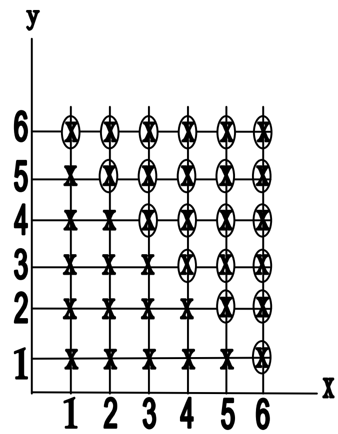
Perlu dicatat bahwa (2, 2, 2) adalah suatu pasangan berurut tiga yang menunjukkan suatu titik pada suatu bidang yang berdimensi tiga dari cartesian diagram, di mana {2, 2, 2} bukan merupakan himpunan dari unsur, tetapi suatu himpunan {2}. Pada umumnya, hasil perkalian cartesius (*cartesian product*) himpunan dari angka rill A sebanyak *n* kali. Hal ini akan memberikan gambaran pada bidang yang berdimensi *n*.

E. Relasi dan Fungsi

Sebenarnya kita dapat menggunakan kalimat metematis dalam pasangan-pasangan yang tersusun untuk merumuskan atau menjelaskan relasi (*relation*). Misalkan kita menggambarkan 36 hasil yang mungkin (*posible outcomes*) dari sebuah dadu yang dilempar dua kali seperti terlihat pada Gambar.1.6. Bila A dan

B adalah himpunan dari hasil yang mungkin untuk pelemparan pertama dan kedua, yaitu:

A = B = {1, 2, 3, 4, 5, 6} dan A x B adalah himpunan cartesian (*cartesian set*). Misalnya pasangan yang berurut dinyatakan dengan (x, y), di mana $x \in A\ dan\ y\ \in B$.



Gambar 1.7. Hasil yang Mungkin dari Sebuah Dadu yang Dilempar Dua Kali

Misalkan kalimat atau kondisinya sebagai berikut:

Jumlah dari hasil pelemparan pertama dan kedua adalah lebih besar dari 6 yang dinyatakan dengan x + y > 6. Dengan kalimat ini, didapatkan dua variabel. Nilai x dan y yang memenuhi kalimat matematis tersebut adalah:

(1, 6) (2, 5) (2, 6) (3, 4) (3, 5) (3, 6)

(4, 3) (4, 4) (4, 5) (4, 6) (5, 2)

(5, 3) (5, 4) (5, 5) (5, 6) (6, 1)

(6, 2) (6, 3) (6, 4) (6, 5) (6, 6)

Pemecahan ini adalah pasangan-pasangan yang berurut dan digambarkan dengan tanda silang yang diberi kurung pada Gambar 1.7. Pasangan-pasangan yang tersusun tersebut membentuk suatu subhimpun (*sub-set*) dari P = A x B. Misalkan subhimpunan tersebut dinyatakan dengan R. Maka, subhimpunan R ditunjukkan dengan:

R = {(x,y) : x + y > 6; (x, y) ∈ P}

Contoh lain,

Misalnya: x + y = 6

Maka R = {(x, y) : x + y = 6; (e, y) ∈ P)

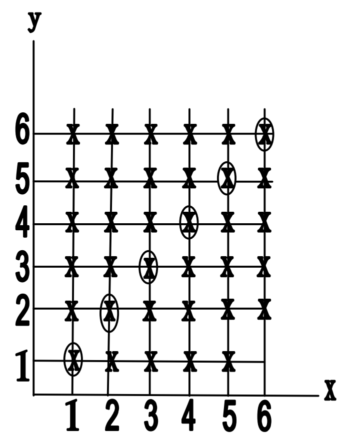
Yang merupakan himpunan dari pasangan-pasangan berurut.

{(1, 5); (2, 4), (3, 3), (4, 2), (5, 1)}

Pasangan-pasangan yang tersusun (berurutan) tersebut dapat dengan mudah terlihat pada gambar 1.6. Jadi, kalimat matematis dalam dua variabel, memilih pasangan yang tersusun (berurutan) dari hasil kali cartesius. Dengan demikian, pemilihan subhimpunan dari pasangan yang tersusun memenuhi persyaratan dalam kalimat tersebut. Subhimpunan R dari hasil kali cartesius disebut suatu *relasi*.

Marilah kita lihat beberapa contoh. Misalnya x = y. Dalam hal ini angka dari hasil mata dadu pada pelemparan pertama adalah sama dengan pelemparan kedua. Relasi R adalah:

$R = \{(x, y); x = y; (x, y) \in P\}$



Gambar 1.8. Hasil Kali Cartesian

Hasil pemecahan ini dapat dilihat pada gambar 1.8. Dengan kalimat matematis tersebut diperoleh himpunan dari pasangan-pasangan yang berurut {(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (6, 6)} Berikut ini, diketahui x = 2y.

Dalam hal ini angka dari hasil mata dadu pada pelemparan pertama adalah dua kali dari hasil mata dadu pada pelemparan kedua. Relasi R adalah:

$R = \{(x, y); x = 2y; (x, y) \in P\}$

Dengan kalimat matematis ini didapatkan himpunan dari pasangan-pasangan yang berurut:

{(1, 2), (2, 4), (3, 6)}

Misalkan A adalah suatu himpunan dari angka-angka riil, maka relasi yang diperoleh dari x = y akan menjadi:

$R = \{(x, y); x = y; (x, y) \in P\}$

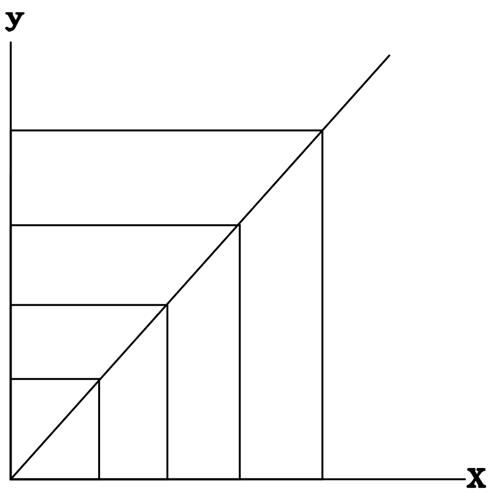
di mana P = A x A

Grafik himpunan ini adalah titik-titik yang terdapat dalam garis lurus. Gambar grafiknya dapat dilihat pada Gambar 1.9.

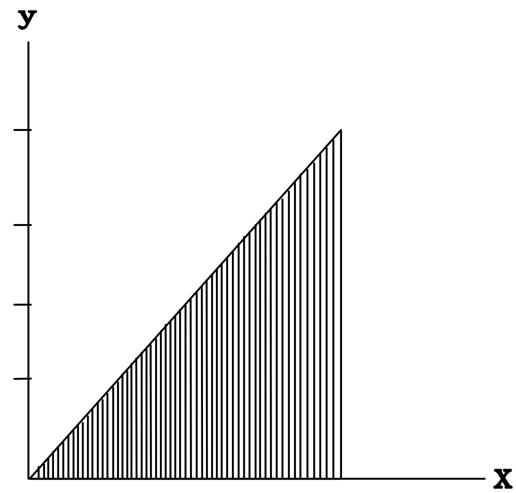
Relasi yang diperoleh dari: x > y > O akan menjadi:

$R = \{(x, y), x > y > O, (x, y) \in P\}$

Secara grafik, himpunan ini digambarkan sebagai daerah bagian yang tercakup di bawah garis lurus. Hal ini dapat dilihat pada gambar 1.10.



Gambar 1.9. Hasil Kali Cartesian



Gambar 1.10. Hasil Kali Cartesian

Dari uraian di atas, terlihat bahwa relasi (=R) adalah suatu himpunan pasangan yang tersusun (berurutan). Himpunan dari x yang dipasangkan dengan y dalam (x, y) merupakan anggota dari R. Himpunan dari x ini dinamakan wilayah (domain) dari relasi R. Subhimpunan dari x yang dinamakan wilayah (domain) dari R dinyatakan dengan:

$\{x : untuk\ beberapa\ y,\ (x, y) \in R\}$

Demikian pula halnya dengan subhimpunan dari y dalam pasangan yang tersusun (berurutan) yang merupakan anggota dari R dinamakan jarak atau jangkauan (*range*) dari R dinyatakan dengan:

$\{y : untuk\ beberapa\ x, (x, y) \in R\}$

Dalam hal khusus dari suatu relasi, di mana *set*iap x atau beberapa x yang hanya dikaitkan dengan satu y disebut *fungsi*. Jadi, suatu fungsi adalah suatu himpunan pasangan yang berurutan/tersusun dengan subhimpunan x sebagai wilayah (domain) dari R. Subhimpunan y sebagai jarak/jangkau (*range*) dari R tersebut.

Dengan kata lain, suatu fungsi adalah suatu relasi (yaitu subhimpunan dari pasangan yang berurutan/bersusun); *set*iap unsur x ∈ X dengan suatu unsur yang unik y ∈ Y.

Tanda atau simbol untuk menyatakan suatu fungsi adalah:

$f : x \rightarrow y$

yang dibaca sebagai: f adalah fungsi yang menghubungkan x terhadap y. Untuk jelasnya, lihat kembali pengertian atau definisi suatu fungsi. Suatu fungsi adalah suatu relasi (yaitu suatu subhimpunan dari pasangan yang berurut) yang mengikuti sifat-sifat atau ciri-ciri sebagai berikut:

1) Wilayah (domain) dari f yaitu *set* dari x yang dipasangkan dengan y dalam (x, y) adalah sama untuk X.
2) Untuk setiap x mempunyai satu (*unique*) y ∈ Y.

Untuk menunjukkan persekutuan di antara unsur x dan unsur y yang dihubungi/dimiliki dari pasangan berurut (x, y) adalah suatu unsur dari fungsi (subhimpunan) f, ditulis: f(x) = y. Himpunan dari unsur y yang dihubungkan untuk x dari f (x) = y adalah jarak/jangkau (*range*) dari fungsi f.

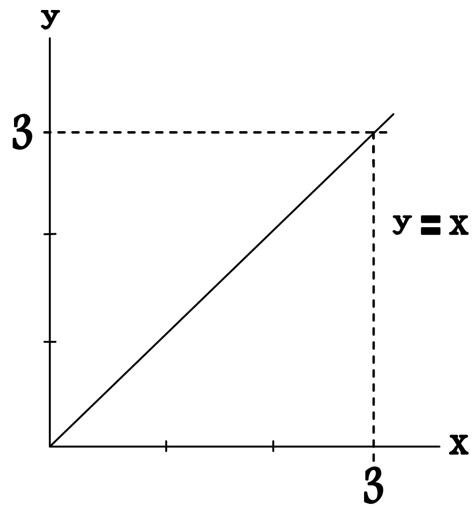
Apabila digunakan istilah fungsi dan tanda atau simbol y = f (x), x adalah pernyataan (*argument*) dan y adalah nilai (*value*) dari fungsi f. Fungsi seperti y = f (x) kadang-kadang disebut fungsi titik (*point functions*) karena x dapat dianggap sebagai suatu titik pada suatu garis.

F (A) kadang-kadang disebut suatu fungsi himpunan karena A adalah suatu himpunan.

Sebagai contoh, fungsi y = x, di mana himpunannya adalah:

$\{(x, y) : y = x; (x, y) \in R\}$

Gambar grafiknya dapat dilihat pada Gambar 1.11. Titik-titik yang terdapat pada grafik tersebut antara lain adalah (-1, -1), (0, 0), (1, 1), (2, 2), (3, 3).



Gambar grafik 1.11

F. Kaidah-Kaidah Matematika dalam Pengoperasian Himpunan

1. Kaidah Idempoten
   a. $A \cup A = A$
   b. $A \cap A = A$
2. Kaidah asosiatif
   a. $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$
   b. $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$
3. Kaidah Komutatif
   a. $A \cup B = B \cup A$
   b. $A \cap B = B \cap A$
4. Kaidah distributif
   a. $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$
   b. $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$
5. Kaidah identitas
   a. $A \cup \emptyset = A$
   b. $A \cap \emptyset = \emptyset$
   c. $A \cup U = U$
   d. $A \cap U = A$

6. Kaidah kelengkapan
    a. $A \cup A^c = U$
    b. $A \cap A^c = \emptyset$
    c. $(A^c)^c = A$
    d. $U^c = \emptyset, \emptyset^c = U$
7. Kaidah De Morgan
    a. $(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$
    b. $(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$

Latihan Soal:

1. Bila diketahui himpunan-himpunan sebagai berikut:

   A = {2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24, 26, 28, 30}

   B = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10}

   C = (1, 2, 3, 4, 5, a, e, i, u, o}

   D = (a, b, c, d, e, f, 6, 7, 8, 9, 10}

   Maka carilah:

   a) Gabungan (*union*) dari himpunan-himpunan A dan B = $A \cup B$

      $A \cup B$: {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24, 26, 28, 30}

   b) Gabungan (*union*) dari himpunan-himpunan A dan C = $A \cup C$

      $A \cup C$:{1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24, 26, 28, 30, a, e, i, u, o}

   c) Gabungan (*union*) dari himpunan-himpunan A dan D = $A \cup D$

   d) Gabungan (*union*) dari himpunan-himpunan B dan C = $B \cup C$

   e) Gabungan (*union*) dari himpunan-himpunan B dan D = $B \cup D$

   f) Gabungan (*union*) dari himpunan-himpunan C dan D = C $\cup D$

   A = {2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24, 26, 28, 30}

   B = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10}

   C = (1, 2, 3, 4, 5, a, e, i, u, o}

   D = (a, b, c, d, e, f, 6, 7, 8, 9, 10}

2. Berdasarkan himpunan yang terdapat pada soal 1, maka carilah:

   a) Irisan (interseksi) dari himpunan-himpunan A dan B = $A \cap B$

   b) Irisan (interseksi) dari himpunan-himpunan A dan C = $A \cap C$

   c) Irisan (interseksi) dari himpunan-himpunan A dan D = $A \cap D$

   d) Irisan (interseksi) dari himpunan-himpunan B dan C = $B \cap C$

   e) Irisan (interseksi) dari himpunan-himpunan B dan D = $B \cap D$

   f) Irisan (interseksi) dari himpunan-himpunan C dan D = $C \cap D$

3. Berdasarkan himpunan-himpunan yang terdapat pada soal 1, maka carilah:

   a) Gabungan dari himpunan-himpunan A, B, dan C = $A \cup B \cup C$

   b) Gabungan dari himpunan-himpunan A, B, dan D = $A \cup B \cup D$

   c) Gabungan dari himpunan-himpunan B, C, dan D = $B \cup C \cup D$

   d) Gabungan dari himpunan-himpunan A, C, dan D = $A \cup C \cup D$

e) Irisan dari himpunan-himpunan A, B, dan C = $A \cap B \cap C$

f) Irisan dari himpunan-himpunan A, B, dan D = $A \cap B \cap D$

g) Irisan dari himpunan-himpunan A, C, dan D = $A \cap C \cap D$

h) Irisan dari himpunan-himpunan B, C, dan D = $B \cap C \cap D$

4. Gambarkan sebuah diagram Venn untuk menunjukkan himpunan universal U dan himpunan-himpunan bagian A serta B jika:

   U = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10

   A = {2, 3, 5, 7}

   B = {1, 3, 4, 7, 8}

   Maka carilah:

   a) A – B
   b) B – A
   c) A ∩ B
   d) $A \cup B$
   e) $A \cap B^c$
   f) $B \cap A^c$

5. Misalkan diketahui himpunan-himpunan sebagai berikut:

   U = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20}

   A = {1, 2, 3, 4, 5, 6}

   B = {3, 4, 6, 7, 15, 17}

   C = {5, 6, 8, 11, 12, 13}

   Gambarkan diagram venn-nya kemudian carilah:

   a) $A \cap B$
   b) $B \cap C$
   c) $A \cap C$
   d) $A \cup B$
   e) $A \cup B \cup C$
   f) $A \cap B \cap C$
   g) $(A \cup B) \cap C$
   h) $A^c \cap B^c \cap C$
   i) $A \cap B \cap C^c$

6. Misalkan diketahui himpunan himpunan sebagai berikut:

   \ U = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10}

   X = {2, 4, 6, 8, 10}

   Y = (0, 3, 7, 9}

   Z = {2, 7, 9}

   Tanpa menggunakan diagram venn, carilah:

   a) X^c
   b) Y^c
   c) Z^c
   d) $X \cap Y$

e) $X \cup Y$
f) $X \cap Z$
g) $X \cup Z$
h) $Y \cap Z$
i) $Y \cup Z$
j) $X \cup (Y \cap Z)$
k) $X \cap (Y \cup Z)$
l) $(X \cup Y) \cap (X \cup Z)$
m) $(X \cap Y) \cup (X \cap Z)$
n) $(X \cup Y)^c$
o) $(X \cap Y)^c$

7. Apabila U adalah suatu himpunan universal, tentukan mana yang benar dan yang salah di antara pernyataan-pernyataan di bawah ini:
   a) $A \cup A^c = U$
   b) $A \cap A^c = A$
   c) $B \cap U = B$
   d) $B \cup U = U$
   e) $C \cup \emptyset = C$
   f) $C \cap C = \emptyset$
   g) $D \cap \emptyset = \emptyset$
   h) $D \cap D = D$
   i) $(B^c)^c = U$
   j) $(A - C) \cup C = A - C$
   k) $B \cap (B - D) = B \cup D$
   l) $(A \cup D) - D = A - D$
8. Carilah hasil kali cartesius (*Cartesian product)* dari himpunan-himpunan berikut:
   S_1 = {a, b, c}; S_2 = {1, 2, 3}; S_3 = {d, e}
   a) S_1 x S_2
   b) S_1 x S_3
   c) S_2 x S_3
   d) S_3 x S_1
   e) S_3 x S_2
   f) S_1 x S_2 x S_3
9. Gambarkanlah grafik relasi R = {(x, y): x = 2y; (x, y) ϵ P}
10. Diketahui S = {1, 2, 3, 4, 5}, maka gambarkanlah grafik fungsi dari himpunan: {(x, y): y= 2x + 1, (x, y) ϵ R}